جامعة الملك سعود كلية العلوم قسم الرياضيات

الفصل الثاني ١٤٣٢-١٤٣٣هـ/الإختبار الفصلي الثاني للمقرر ٣٨٤-ريض/الزمن: ٩٠ دقيقة

التمرين الأوّل <٣+٣+٣=٩ درجات>:

١) بين أن المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + x^4}{n^4 + x^2}$ متقاربة إلى دالة f متصلة على $\mathbb{R}$.

٢) بين أن $\int_0^{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos 3nx}{(n+1)(n+2)} dx = \frac{\pi}{2}$.

٣) أوجد نصف قطر و فترة تقارب متسلسلة القوى: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n x^n}{\sqrt{n!}}$. ثم أدرس التقارب المنتظم لهذه المتسلسلة على $\mathbb{R}$، و كذلك على الفترة $[-a,a]$، $a \in \mathbb{R}$.

التمرين الثاني <٣+٣=٦ درجات>:

١) لتكن A مجموعة جزئية مثبّتة من $\mathbb{X}$. أوجد جبر سيقما، (من مجموعات $\mathbb{X}$ الجزئية)، مولدة بواسطة العائلة $\{B, \quad A \subseteq B \subseteq \mathbb{X}\}$.

٢) لتكن $\lambda \in \mathbb{R}$ مثبّتة و لنعرف دالة المجموعات لديراك بالشكل:

$$\mu_\lambda : \quad \mathcal{P}(\mathbb{R}) \longrightarrow \{0,1\}$$

$$E \longrightarrow \mu_\lambda(E) = \begin{cases} 1, & \lambda \in E \\ 0, & \lambda \notin E. \end{cases}$$

بين أن μ_λ عبارة عن قياس (يسمى μ_λ قياس ديراك عند النقطة λ).

التمرين الثالث <٣+٣=٦ درجات>:

١) بين أن الفترة $[0,1]$ غير قابلة للعد.

٢) لتكن $\{f_n\}$ متتالية من الدوال القابلة للقياس على $\mathbb{X}$. بين أن المجموعة التالية قابلة للقياس:

$$\{x \in \mathbb{X}, \quad \textbf{موجودة } \lim f_n(x)\}.$$

و الله ولي التوفيـــــــق