جامعة الملك سعود	الإمتحان الفصلي الثاني	يوم السبت ١٤٢٩/٥/١٢هـ
كلية العلوم	للمقرر (٣٨٤) ريض	الزمن ساعة ونصف
قسم الرياضيات	الفصل الدراسي الثاني	العام الدراسي ١٤٢٩هـ

السؤال الأول : ا) ادرس التقارب النقطي للمتتالية التالية $(f_n(x)) = \frac{nx}{1+n^2x^2}$ على $\mathbb{R}$ ثم بين فيما إذا كان التقارب منتظم

ب) نفرض أن $(f_n(x))$ متتالية من الدوال المعرفة على $D \subseteq \mathbb{R}$. برهن أن
$f_n \underset{\rightarrow}{u} f$ على D $\Leftrightarrow$ $\lim_{n\to\infty} \sup_{x\in D} |f_n(x) - f(x)| = 0$.

ج) برهن أن المتتالية $(f_n(x)) = \sqrt{x^2 + \frac{1}{n}}$ متقاربة بإنتظام على $\mathbb{R}$.

السؤال الثاني : أ) إذا كانت $f_n \in R(a,b)$ لكل n وكانت $\sum_{n=1}^{\infty} f_n$ متقاربة بإنتظام على الفترة $[a,b]$ برهن أن $\sum_{n=1}^{\infty} f_n \in R(a,b)$ وأن $\int_a^b (\sum_{n=1}^{\infty} f_n)dx = \sum_{n=1}^{\infty} \int_a^b f_n dx$.

ب) إذا كان 0<a<1 وكانت x تحقق $|x| \le a$ برهن أن المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+x^n}$ متقاربة بإنتظام على الفترة $[-a, a]$.

ج) إذا كانت $E, F \in$ ع حيث $E \subseteq F$ برهن أن $l(E) \le l(F)$.

السؤال الثالث : أ) برهن أن $m^*(\mathbb{Z}) = 0$, حيث $\mathbb{Z}$ ترمز لمجموعة الأعداد الصحيحة , برهن أيضا أن الفترة $[a,b]$, حيث a<b , غير قابلة للعد .

ب) لتكن $E \subseteq \mathbb{N}$, حيث $\mathbb{N}$ ترمز لمجموعة الأعداد الطبيعية . لنعرف الدالة التالية :
$\mu : E \to [0, \infty]$ بالشكل التالي : $\mu(E)=$ عدد عناصر E إذا كانت عناصر منتهية وأن $\mu(E) = \infty$ إذا كانت E غير منتهية . برهن أن μ تعرف دالة قياس .