بسم الله الرحمن الرحيم

قسم الرياضيات **الاختبار الفصلي الأول** **الفصل الثاني: 1432-1431**

كلية العلوم **(384 ريض)** **الزمن: ساعة ونصف**

السؤال الأول:

(i) لتكن f دالة محدودة على $[a,b]$ و P تجزيئاً للفترة $[a,b]$. عرف المجموع العلوي $U(f,P)$ والتكامل العلوي $U(f)$.

(ii) أورد نص شرط ريمان لقابلية f للتكامل الريماني على $[a,b]$.

(iii) افرض أن $f\in \mathrm{R}(a,b)$. إذا عرفنا الدالة g على $[-b,-a]$ بالقاعدة $g(t)=f(-t)$، أثبت أن $g\in \mathrm{R}(a,b)$ و أن $\int_{-b}^{-a} g(t)\,dt=\int_a^b f(t)\,dt$.

السؤال الثاني:

(i) لتكن $f\in R(a,b)$ متصلة عند $c\in[a,b]$. إذا كان: $F(x)=\int_a^x f(t)\,dt$ لكل $x\in[a,b]$، فأثبت أن F قابلة للاشتقاق عند c و أن $F'(c)=f(c)$.

(ii) إذا كانت f متصلة على $[a,b]$، فأثبت أن $\int_a^x f(t)\left(x^2-t^2\right)dt=\int_a^x 2t\left(\int_a^t f(u)\,du\right)$.

ارشاد: اشتق الجانبين.

السؤال الثالث:

ادرس التقارب المنتظم للمتتالية (f_n) على $D=[0,1]$ حيث

(i) $$f_n(x)=\begin{cases} x\sqrt{n} & x\in\left[0,\frac{1}{n}\right] \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

(ii) $f_n(x)=\dfrac{nx}{1+n^2x^2}$.