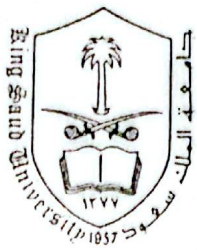
Kingdom of Saudi Arabia Ministry of Higher Education KING SAUD UNIVERSITY *Department of Mathematics* *College of Science*		المملكة العربية السعودية وزارة التعليم العالي جامعة الملك سعود قسم الرياضيات كلية العلوم

الإختبارالأول البديل للفصل الأول (1445-1446) للمقرر 316 ريض

السؤال الأول:

أ) أثبت أن الدوال $\{sinx, x, 1\}$ مستقلة خطيا في فضاء الدوال $\mathcal{L}^2(-\pi, \pi)$، ثم استخرج منها مجموعة متعامدة وذلك باستخدام طريقة قرام-شميدث.

ب) متى نقول أن مجموعة الدوال $\varphi_n(x),\ n = 1,2,3,..$ المتعامدة في $\mathcal{L}^2(a,b)$ أنها تامة، أعط مثال على ذلك. ما هو الشرط اللازم و الكافي لكي تكون المجموعة السابقة تامة في $\mathcal{L}^2(a,b)$

السؤال الثاني:

أ) ضع المعادلتين التاليتين في صيغة شتورم-ليوفيل:

$$sinx.u'' - cosx.u' + (sin^2x)u + \lambda u = 0 \quad \text{حيث أن } x \in (0,\pi)$$

$$xu'' + (1-x)u' + 5u + \lambda u = 0, x > 0$$

ب) ماهي قيم β التي تكون من أجلها الدالة $f(x) = e^{(5-\beta)x}\sqrt{2x-3}$ تنتمي إلى $\mathcal{L}^2(0,\infty)$

ج) ماهي قيم γ التي تكون من أجلها الدالة $g(x) = e^{\gamma x}sinx$ تنتمي إلى $\mathcal{L}^2(0,\infty)$

السؤال الثالث:

لتكن لدينا المسالة الحدية: $\begin{cases} u'' + \lambda u = 0, \\ u'(0) = 0,\ u'(\pi) = 0 \end{cases}$

أ) حل هذه المسألة لشتورم-ليوفيل، أوجد القيم الذاتية و الدوال الذاتية وبرهن تعامدها.

ب) ما هي الدوال الذاتية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ التي تحقق العلاقة $\int_0^{\pi}(u_n)^2\,dx = 1$

تم المسح الضوئي بـ CamScanner