

**بناء النماذج في بحوث العمليات**

**Model Building in Operations Research**

# النمذجة (Modeling)

هي مجموعة إجراءات لإنشاء **نموذج ممثل لمسألة حقيقية**. أي تمثيل المسألة الحقيقية بشيء أبسط منها نسميه النموذج. ويمكن أن نصنف النماذج وفق ما يأتي:

**نماذج فيزيائية** : وهي تمثل أنظمة فيزيائية تكون تكلفة تصميمها كبيرة أو تأخذ وقتاً طويلاً. فيكون النموذج تبسيطاً لعرض هذا النظام الفيزيائي الحقيقي. و يكون الهدف من النمذجة هو تحليل سلوك النظام لمعرفة ميزاته (إذا كان النظام موجوداً) أو من أجل إيجاد أفضل تصميم له في المستقبل (إذا كان النظام فكرة تنتظر التنفيذ).

# النمذجة

**نماذج ذهنية** : يوجد هذا النوع من النماذج في عقل الإنسان فقط. ويتكون نتيجة لتراكم خبرات الإنسان وتجاربه. وهذه النماذج غالباً ما تكون غير واضحة وغير محددة، ولا يمكن التعبير عنها بعلاقات من أي نوع، ولكنها تساعد الإنسان على اتخاذ القرارات ورسم المخططات الضرورية لمسيرة حياته.

**نماذج رمزية** : وتتكون من نماذج رياضية وأخرى غير رياضية. نقصد بالنماذج غير الرياضية: نماذج لغوية (كلامية) ، نماذج رسومية ومخططات ، ... .

النماذج الرياضية تعد الأهم والأكثر استخداماً من سائر أنواع النماذج الأخرى.

# النمذجة الرياضية (Mathematical Modeling)

- هي التعبير عن الترابط بين المتغيرات الفيزيائية لنظام ما بعلاقات رياضية. أو بشكل آخر، النمذجة الرياضية هي صياغة مسألة ما وفق علاقات رياضية يطلق عليها اسم النموذج الرياضي.
- تستخدم النماذج الرياضية في العلوم الطبيعية (مثل الفيزياء ، الجيولوجيا ، ... ) والهندسية (مثل هندسة النقل ، الذكاء الاصطناعي ، ... ) والاجتماعية (مثل علم الاقتصاد ، علم النفس ، ...).
- أمثلة للنماذج الرياضية: البرامج الرياضية ، النماذج الإحصائية ، المعادلات التفاضلية ، ...

# خطوات النمذجة الرياضية في بحوث العمليات

## 1. دراسة وتحليل المسألة المطروحة:

- أوجد جميع المعلومات والبيانات الخاصة بالمسألة.
- حدد جميع الافتراضات الضرورية والغاية المراد الوصول لها.

## 2. بناء وصياغة النموذج الرياضي:

- استخدم العلاقات الرياضية المناسبة لصياغة (تمثيل) المعلومات والبيانات والافتراضات المعطاة في المسألة في نموذج رياضي يمكن حله باستخدام إحدى طرق بحوث العمليات.
- بعض المسائل الحقيقية ليست سهلة الصياغة إلى نماذج رياضية، لذا قد نحتاج لتبسيطها ليسهل نمذجتها.

# خطوات النمذجة الرياضية في بحوث العمليات

## 3. حل النموذج الرياضي:

- أوجد أفضل حل للمسألة الرياضية المعطاة في النموذج الرياضي.
- أحيانا يصعب حل النموذج الرياضي، لذلك فإنه من الضروري أحيانا أن نبسط المسألة أو نقربها إلى مسألة أخرى قريبة منها يسهل حلها.
- بعض النماذج الرياضية ليس لها حلول ممكنة.

# خطوات النمذجة الرياضية في بحوث العمليات

**4.** تحليل وتفسير الحل واستخلاص النتائج:

- دراسة الحل وفقاً لمعطيات وافتراضات المسألة.
- استخلاص النتائج التي ستترتب على تطبيق هذا الحل.

**5.** التحقق وتطبيق الحل أو إعادة الصياغة:

- إذا كانت نتائج النموذج الرياضي جيدة ومُرضية ، فإننا نكون قد وفقنا بإيجاد النموذج الرياضي الذي يمثل المسألة الحقيقية.
- بعد الحصول على نتائج النموذج الرياضي ونقاشها مع الإدارة، قد يطرأ اعتراض أو تعديل أو تصحيح على معطيات المسألة أو الافتراضات التي استخدمت، صحح وعدل النموذج عند الحاجة أو قد يتم البحث عن هيكل آخر للنموذج الرياضي.

# البرمجة الرياضية

## Mathematical Programming

- البرنامج الرياضي يعتبر من أهم النماذج الرياضية .
- مسألة البرمجة الرياضية تعني – بشكل عام – البحث عن القيمة المثلى (صغرى أو عظمى) لدالة تسمى دالة الهدف تضم عدة متغيرات. تخضع هذه المتغيرات لمجموعة من القيود تأخذ صيغة معادلات أو متراجحات.
- حل مسألة البرمجة الرياضية يتطلب إيجاد قيم المتغيرات التي تحقق جميع القيود وتحقق القيمة المثلى لدالة الهدف.
- كلمة برمجة هنا تعني التخطيط للاستغلال الأمثل للموارد (مثل: تحديد خطة الإنتاج اليومي في أحد المصانع للحصول على أكبر ربح ممكن).
- البرنامج الخطي (والغير خطي) يعتبر من أهم البرامج الرياضية.

# عناصر البرنامج الرياضي

- معالم النظام (Parameters)  
بيانات معطاة، متخذ القرار لا يملك التحكم فيها.
- متغيرات القرار (Decision Variables)  
متخذ القرار يملك التحكم فيها.
- دالة الهدف (Objective Function)  
دالة تقييم القرار (مقدار المنفعة الحاصلة من قرار ما).
- القيود (Constraints)  
الموارد المتاحة ، بيئة المشكلة ، العلاقة التي تربط متغيرات القرار.  
(معادلات أو مترجمات).

# بناء النموذج الرياضي - مثال

مصنع ينتج يومياً نوعين من الدهانات : دهانات خارجية و دهانات داخلية.  
لإنتاج كل نوع من أنواع هذه الدهانات يتم مزج مادتين أساسيتين من المواد الخام هما: مادة A و مادة B. الجدول التالي يبين المقادير اللازمة وكذلك الأرباح:

المتوفر يومياً من المادة الخام (طن)	الكمية (بالطن) اللازمة لإنتاج طن واحد من:		
	الدهان الداخلي	الدهان الخارجي	
6	2	1	مادة خام A
8	1	2	مادة خام B
	2000	3000	الربح (ريال/طن)

# بناء النموذج الرياضي - مثال

من خلال الدراسات على السوق تبين أن الطلب على الدهان الداخلي لا يمكن أن يزيد عن الطلب على الدهان الخارجي بأكثر من طن واحد يومياً.

كما أظهرت الدراسات على السوق أن إجمالي الطلب اليومي على الدهان الداخلي لا يتعدى طنين يومياً.

ترغب إدارة المصنع إيجاد سياسة الإنتاج المثلى لتشغيل المصنع.

أوجد النموذج الرياضي لهذه المسألة.

# بناء النموذج الرياضي

- يمكن البدء في بناء النموذج الرياضي بالاجابة على الثلاثة أسئلة التالية :
  ١. ما الذي يحاول متخذ القرار تحديده؟ أي ماهي متغيرات القرار للمسألة؟
  ٢. ماهو الهدف المطلوب تحقيقه؟ أي كيفية قياس ماهو الحل الأمثل من ضمن كل القيم الممكنة للمتغيرات؟
  ٣. ماهي القيود التي يجب على المتغيرات تحقيقها للوفاء بجميع المتطلبات التي تم تحديدها في المسألة؟
- يتم أولاً تعريف متغيرات القرار ، ثم التعبير عن الهدف بدالة رياضية ، ثم التعبير عن القيود في صورة معادلات و متراجحات رياضية.

# بناء النموذج الرياضي

## 1 - معالم النظام (Parameters)

وهي معطيات المسألة. لا يملك متخذ القرار التحكم فيها.

- عدد الأطنان المتوفرة يومياً من مادة  $A = 6$
- عدد الأطنان المتوفرة يومياً من مادة  $B = 8$
- كمية مادة  $A$  الممزوجة في الطن الواحد من الدهان الخارجي = 1
- كمية مادة  $B$  الممزوجة في الطن الواحد من الدهان الخارجي = 2
- كمية مادة  $A$  الممزوجة في الطن الواحد من الدهان الداخلي = 2
- كمية مادة  $B$  الممزوجة في الطن الواحد من الدهان الداخلي = 1
- نسبة الطلب من الدهان الخارجي إلى الطلب من الدهان الداخلي
- أسعار بيع الطن من الدهان الخارجي والداخلي

# بناء النموذج الرياضي

## 2 - متغيرات القرار (Decision Variables)

وهي القرارات (الخيارات) التي يملك متخذ القرار التحكم فيها.

- كمية مادة A المضافة لمادة B لإنتاج الطن من الدهان الخارجي ~~X~~
- كمية مادة A المضافة لمادة B لإنتاج الطن من الدهان الداخلي ~~X~~
- نسبة الطلب من الدهان الخارجي إلى الطلب من الدهان الداخلي ~~X~~
- عدد الأطنان المتوفرة يومياً من مادة A ~~X~~
- عدد الأطنان المتوفرة يومياً من مادة B ~~X~~

# بناء النموذج الرياضي

## 2 - متغيرات القرار (Decision Variables)

وهي القرارات (الخيارات) التي يملك متخذ القرار التحكم فيها.

- ✓ • عدد الأطنان المنتجة يومياً من الدهان الخارجي  
ولتكن  $x_1$
- ✓ • عدد الأطنان المنتجة يومياً من الدهان الداخلي  
ولتكن  $x_2$

# بناء النموذج الرياضي

## 3 - دالة الهدف (Objective Function)

وهي دالة تقييم السياسات الإنتاجية الممكنة.  
السياسة الإنتاجية  $\Leftrightarrow$  كمية الإنتاج من الدهان الخارجي والداخلي

على أي أساس يتم التقييم؟؟

- سعر بيع الطن من الدهان الخارجي = 3000 ريال
  - سعر بيع الطن من الدهان الداخلي = 2000 ريال
- $\Leftarrow$  تقييم السياسات على أساس العوائد اليومية

# بناء النموذج الرياضي

## 3 - دالة الهدف (Objective Function)

إجمالي العوائد اليومية =

(عدد الأطنان المنتجة من الخارجي يومياً) × (سعر بيع طن دهان خارجي)  
+ (عدد الأطنان المنتجة من الداخلي يومياً) × (سعر بيع طن دهان داخلي)

=

(عدد الأطنان المنتجة من الدهان الخارجي يومياً) × (3000)

+ (عدد الأطنان المنتجة من الدهان الداخلي يومياً) × (2000)

=

$$3000 x_1 + 2000 x_2$$

# بناء النموذج الرياضي

## 3 - دالة الهدف (Objective Function)

لتكن قيمة التقييم لأي سياسة  $(x_1, x_2)$  هي  $z$

$$z = 3000 x_1 + 2000 x_2$$

ما هو الهدف من التقييم (Optimality)؟؟

– أرباح  $\Leftarrow$  تعظيم قيمة الدالة (maximize)

– تكاليف  $\Leftarrow$  تقليل قيمة الدالة (minimize)

دالة الهدف:

$$\max \quad z = 3000 x_1 + 2000 x_2$$

# بناء النموذج الرياضي

## 4 - القيود (Constraints)

من صياغة المشكلة نجد أن :

١. إجمالي المتوفر يوميا من مادة  $A = 6$  أطنان
٢. إجمالي المتوفر يوميا من مادة  $B = 8$  أطنان
٣. لا يمكن أن يزيد الطلب على الدهان الخارجي بأكثر من طن يوميا
٤. إجمالي الطلب اليومي للدهان الداخلي لا يتعدى طنين يوميا
٥. قيود طبيعة القرار

# بناء النموذج الرياضي

## 4 - القيود (Constraints)

1. إجمالي المتوفر يوميا من مادة A = 6 أطنان

لا تستطيع إدارة المصنع أن تجعل الإنتاج اليومي من النوعين يستهلك أكثر من 6 أطنان يوميا من مادة A

(الحد الأعلى المتاح من مادة A يوميا)  $\leq$  (إجمالي استهلاك المادة A يوميا)

2. إجمالي المتوفر يوميا من مادة B = 8 أطنان

لا تستطيع إدارة المصنع أن تجعل الإنتاج اليومي من النوعين يستهلك أكثر من 8 أطنان يوميا من مادة B

(الحد الأعلى المتاح من مادة B يوميا)  $\leq$  (إجمالي استهلاك المادة B يوميا)

# بناء النموذج الرياضي

## 4 - القيود (Constraints)

إجمالي استهلاك المادة A يومياً =

عدد الأطنان المنتجة من الدهان الخارجي  $\times$  (كمية المادة A المستهلكة لانتاج طن

واحد من الدهان الخارجي)

+ عدد الأطنان المنتجة من الدهان الداخلي  $\times$  (كمية المادة A المستهلكة لانتاج طن

واحد من الدهان الداخلي)

$$1x_1 + 2x_2 =$$

إذن قيد الاستهلاك على مادة A

$$x_1 + 2x_2 \leq 6$$

# بناء النموذج الرياضي

## 4 - القيود (Constraints)

إجمالي استهلاك المادة B يوميا =

عدد الأطنان المنتجة من الدهان الخارجي  $\times$  (كمية المادة B المستهلكة لانتاج طن

واحد من الدهان الخارجي)

+ عدد الأطنان المنتجة من الدهان الداخلي  $\times$  (كمية المادة B المستهلكة لانتاج طن

واحد من الدهان الداخلي)

$$2x_1 + 1x_2 =$$

إذن قيد الاستهلاك على مادة B

$$2x_1 + x_2 \leq 8$$

# بناء النموذج الرياضي

## 4 - القيود (Constraints)

3. الطلب على الدهان الداخلي لا يمكن أن يزيد عن الطلب على الدهان الخارجي بأكثر من طن واحد يومياً.

الحد الأعلى لعدد الأطنان المنتجة من الدهان الداخلي

= عدد الأطنان المنتجة من الدهان الخارجي يومياً + 1

إذن قيد الطلب على الدهان الداخلي بالنسبة للدهان الخارجي

$$x_2 \leq x_1 + 1 \Leftrightarrow -x_1 + x_2 \leq 1$$

# بناء النموذج الرياضي

## 4 - القيود (Constraints)

4. إجمالي الطلب اليومي للدهان الداخلي لا يتعدى طنين يومياً

الحد الأعلى للطلب على الدهان الداخلي = 2

إذن قيد الحد الأعلى للطلب على الدهان الداخلي

$$x_2 \leq 2$$

# بناء النموذج الرياضي

## 4 - القيود (Constraints)

5. قيود طبيعة القرار:

– وحدة قياس متغيرات القرارات أطنان  $\Leftarrow$  متغيرات متصلة  
(Continuous)

– متغيرات القرار تمثل إنتاج  $\Leftarrow$  غير سالبة

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

# البرنامج الرياضي الخطي

عدد الأطنان المنتجة يومياً من الدهان الخارجي =  $x_1$

عدد الأطنان المنتجة يومياً من الدهان الداخلي =  $x_2$

$$\max z = 3000x_1 + 2000x_2$$

subject to:

$$x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$2x_1 + x_2 \leq 8$$

$$-x_1 + x_2 \leq 1$$

$$x_2 \leq 2$$

تكتب عادة:  
s.t.

تكتب عادة:  
 $x_1, x_2 \geq 0$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

# بناء النموذج الرياضي

## مثال 2:

يعمل مصنع على إنتاج ثلاثة أنواع من المنتجات: المنتج-1، المنتج-2، المنتج-3. ولإنتاج وحدة واحدة من أي منتج من هذه المنتجات الثلاثة يتم مزج مادتين من ثلاثة مواد خام هي: خام-1، خام-2، خام-3 وذلك بمقادير محددة حسب الجدول التالي:

المواد الخام المستهلكة (بالكيلو) للوحدة الواحدة			
	المنتج-1	المنتج-2	المنتج-3
خام-1	2	0	3
خام-2	3	1	0
خام-3	0	4	5

# بناء النموذج الرياضي

ويستطيع المصنع تأمين 400 كيلو يومياً من خام-1 و 300 كيلو يومياً من خام-2 و 350 كيلو يومياً من خام-3. تتم عملية الإنتاج بمرور المنتجات الثلاثة على آلتين متتاليتين هما: آلة-1 ، آلة-2 بحيث يستغرق كل منتج وقت محدد عند كل آلة حسب الجدول التالي:

الوقت المستغرق (بالساعة) للوحدة الواحدة عند كل آلة			
	المنتج-1	المنتج-2	المنتج-3
آلة-1	2	3	4
آلة-2	3	2	1

علما بأن المصنع يعمل لمدة 16 ساعة يومياً. فإذا علمت أن المصنع يربح 200 ريال لكل وحدة من المنتج-1 ويربح 350 ريال لكل وحدة من المنتج-2 ويربح 750 ريال لكل وحدة من المنتج-3 ، فأكتب البرنامج الرياضي الذي يحدد للمصنع السياسة الإنتاجية المثلى.

# بناء النموذج الرياضي

## 1 - متغيرات القرار (Decision Variables)

- $x_1 =$  عدد الوحدات المنتجة يومياً من المنتج-1
- $x_2 =$  عدد الوحدات المنتجة يومياً من المنتج-2
- $x_3 =$  عدد الوحدات المنتجة يومياً من المنتج-3

## 2 - دالة الهدف (Objective Function)

السياسة الإنتاجية  $\Leftrightarrow$  كمية الإنتاج من كل منتج يومياً

التقييم (الأمثلية) على أساس الأرباح  $\Leftarrow \max$

قيمة أي سياسة إنتاجية  $z =$

$$\max z = 200 x_1 + 350 x_2 + 750 x_3$$

# بناء النموذج الرياضي

## 3 - القيود (Constraints)

من صياغة المشكلة نجد أن الموارد المتاحة:

١. إجمالي المتوفر يومياً من مادة خام-1 = 400 كيلو
٢. إجمالي المتوفر يومياً من مادة خام-2 = 300 كيلو
٣. إجمالي المتوفر يومياً من مادة خام-3 = 350 كيلو
٤. ساعات العمل اليومية على آلة-1 = 16 ساعة
٥. ساعات العمل اليومية على آلة-2 = 16 ساعة

# بناء النموذج الرياضي

## 3 - القيود (Constraints)

باستخدام السياسة الإنتاجية  $x_1, x_2, x_3$  فإن:

١. الاستهلاك من مادة خام-1  $2x_1 + 0x_2 + 3x_3 = 1$

٢. الاستهلاك من مادة خام-2  $3x_1 + 1x_2 + 0x_3 = 2$

٣. الاستهلاك من مادة خام-3  $0x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 3$

٤. ساعات العمل على آلة-1  $2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1$

٥. ساعات العمل على آلة-2  $3x_1 + 2x_2 + 1x_3 = 2$

# البرنامج الرياضي الخطي

$x_1 =$  عدد الوحدات المنتجة يومياً من المنتج-1

$x_2 =$  عدد الوحدات المنتجة يومياً من المنتج-2

$x_3 =$  عدد الوحدات المنتجة يومياً من المنتج-3

$$\max z = 200x_1 + 350x_2 + 750x_3$$

s.t.

$$2x_1 + 3x_3 \leq 400$$

$$3x_1 + x_2 \leq 300$$

$$4x_2 + 5x_3 \leq 350$$

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 16$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 16$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

# بناء النموذج الرياضي

## مثال 3:

ترغب إدارة شركة بترول استثمار رأس مالها في هذه السنة والسنة المقبلة ولديها خمس فرص استثمارية كما هو موضح في الجدول التالي مع صافي الأرباح (بملايين الريالات). لدى الشركة 40 مليون ريال للإستثمار في السنة الحالية ويتوقع أن يتوفر للشركة في السنة المقبلة 20 مليون ريال للاستثمار. تستطيع الشركة شراء أي نسبة من كل استثمار على أن تستثمر نفس النسبة من الاستثمار في السنة المقبلة ولا تستطيع الشركة استخدام ما بقي من رأس المال في السنة الحالية للاستثمار في السنة القادمة. أكتب برنامج رياضي يحدد للشركة سياسة الاستثمار المثلى.

استثمار	استثمار	استثمار	استثمار	استثمار	
5	4	3	2	1	
29	5	5	53	11	قيمة الاستثمار في السنة الحالية
34	1	5	6	3	قيمة الاستثمار في السنة القادمة
39	14	16	16	13	صافي الأرباح

# البرنامج الرياضي الخطي

$x_i$  = نسبة المبلغ المستثمر في الاستثمار رقم  $i$  ،  $i = 1, 2, 3, 4, 5$

$$\max z = 13 x_1 + 16 x_2 + 16 x_3 + 14 x_4 + 39 x_5$$

s.t.

$$11 x_1 + 53 x_2 + 5 x_3 + 5 x_4 + 29 x_5 \leq 40$$

$$3 x_1 + 6 x_2 + 5 x_3 + 1 x_4 + 34 x_5 \leq 20$$

$$x_i \leq 1 \quad i = 1, 2, 3, 4, 5$$

$$x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3, 4, 5$$

# بناء النموذج الرياضي

## مثال 4:

تمتلك شركة وجبات سريعة مستودعين غذائيين لتأمين احتياجات ثلاثة فروع لها في المملكة. ويبين الجدول التالي احتياج كل فرع ومحتوى كل مستودع من الأغذية (بالطن) بالإضافة إلى تكلفة نقل الطن الغذائي الواحد من كل مستودع إلى أي فرع من الفروع. فأوجد النموذج الرياضي بحيث تؤمن الشركة احتياجات كل فرع بأقل تكلفة إجمالية.

	تكلفة شحن الطن			محتويات المستودع
	فرع-1	فرع-2	فرع-3	
مستودع-1	23	12	20	5
مستودع-2	8	19	4	8
طلب الفرع	4	3	2	

## البرنامج الرياضي الخطي:

$x_{ij}$  = عدد الأطنان المنقولة من المستودع  $i$  إلى الفرع  $j$  ،

$i = 1, 2$  تمثل المستودع الأول والثاني

$j = 1, 2, 3$  تمثل الفرع الأول والثاني والثالث

$$\min z = 23x_{11} + 12x_{12} + 20x_{13} + 8x_{21} + 19x_{22} + 4x_{23}$$

s.t.

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 5 \quad (\text{الكمية الخارجة من المستودع الأول})$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 8 \quad (\text{الكمية الخارجة من المستودع الثاني})$$

$$x_{11} + x_{21} \geq 4 \quad (\text{الكمية الداخلة للفرع الأول})$$

$$x_{12} + x_{22} \geq 3 \quad (\text{الكمية الداخلة للفرع الثاني})$$

$$x_{13} + x_{23} \geq 2 \quad (\text{الكمية الداخلة للفرع الثالث})$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad i = 1, 2 \quad j = 1, 2, 3$$

# بناء النموذج الرياضي

## مثال 5:

شركة منتجات إلكترونية تنتج نوعين من الحاسبات الشخصية : A و B. يمر كل نوع من هذه الأجهزة عبر ثلاث مراحل للإنتاج هي: مرحلة إعداد اللوحة الأساسية ، مرحلة تركيب محركات الأقراص ، مرحلة تحميل نظام التشغيل. الوقت الذي يستغرقه كل جهاز في كل من هذه المراحل موضح في الجدول التالي. وتوظف الشركة (7) فنيين موزعين على النحو التالي : (5) فنيين في قسم إعداد اللوحات الأساسية و (1) فني في قسم تركيب محركات الأقراص و (1) فني في قسم تحميل نظام التشغيل والبرمجيات ، وكل فني يعمل (8) ساعات يومياً ، علماً بأن فني البرمجيات يستطيع العمل على ثلاثة أجهزة في آن واحد ، وتستطيع الشركة بيع على الأكثر (10) أجهزة يومياً. وتربح الشركة (800) ريال في الجهاز من نوع A بينما تربح (500) ريال في الجهاز من نوع B.

# بناء النموذج الرياضي

نوع الجهاز	الوقت المستغرق (ساعة)		
	اللوحة الأساسية	محركات الأقراص	نظام التشغيل
A	3	1	2
B	2	0.5	1

# البرنامج الرياضي الخطي

$x_1 =$  عدد الأجهزة المصنعة يومياً من النوع A.

$x_2 =$  عدد الأجهزة المصنعة يومياً من النوع B.

$$\max z = 800x_1 + 500x_2$$

s.t.

$$3x_1 + 2x_2 \leq 40$$

$$x_1 + 0.5x_2 \leq 8$$

$$2x_1 + x_2 \leq 24$$

$$x_1 + x_2 \leq 10$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$