جامعة الملك سعود
قسم الرياضيات
الفصل الأول 1442

382 ريض
التحليل الحقيقي
الوقت: ساعتان

الاختبار الفصلي الأول

السؤال الأول: (10 درجات)

1. إذا كانت $A = \left\{ \frac{(-1)^n}{n} - 1 : n \in \mathbb{N} \right\}$، فأوجد $\sup A, \inf A$.
2. أثبت أن كل فترة مفتوحة في $\mathbb{R}$ تحتوي عددا نسبيا.
3. أثبت أن $\mathbb{R} \sim (0,1)$.
4. أثبت باستخدام التعريف أن

$$\lim \frac{2n-1}{3n+4} = \frac{2}{3}$$

السؤال الثاني: (8 درجات)

1. إذا كانت $A, B \subset \mathbb{R}$ مجموعتين محدودتين، وكان $A \subset B$، فأثبت أن

$$\sup A \leq \sup B$$

2. إذا كانت $x_n \to x, y_n \to y$، فأثبت أن $x_n y_n \to xy$.
3. إذا كان $0 < c < 1$ ، فأثبت أن $\lim c^n = 0$.

السؤال الثالث: (7 درجات)

1. أثبت أن المتتالية

$$x_1 = 2, \qquad x_{n+1} = \frac{1}{3 - x_n}$$

مطردة ومحدودة ثم أوجد نهايتها.

2. إذا كانت (x_n) متتالية تحقق

$$|x_{n+2} - x_{n+1}| \leq \frac{3}{4}|x_{n+1} - x_n|$$

فأثبت أن (x_n) متتالية كوشي.

3. إذا كانت (x_n) متتالية تحقق $|x_n - x_{n+1}| > c$ لعدد حقيقي $c > 0$، ولكل $n \in \mathbb{N}$، فأثبت أن (x_n) متباعدة.

مع تمنياتي لكم بالتوفيق

إبراهيم العليان