د/ برهان

جامعة الملك سعود King Saud University كلية علوم الحاسب و المعلومات فرع المزاحمية	الإختبار النهائي للمقرر 151 ريض
الإسم:..... الرقم الجامعي:..... رقم الشعبة:.....	الفصل الأول 1439/1438هـ الزمن: 3ساعات الدرجة:

1. أجب في المكان المخصص للإجابة 2. استخدم خلف الورقات كمسودات دون نزع الورقات

الجزء الأول: اختر الإجابة الصحيحة:($1.5\times 8=12$ درجة)

رقم السؤال	1	2	3	4	5	6	7	8
الإجابة	ب	ج	ج	ب	ب	ب	د	أ

س1) العبارة التقريرية $(p\wedge q)\to\neg r$ متكافئة منطقيا:

(أ) $\neg r\to(p\wedge q)$ (ب) $\neg(p\wedge q\wedge r)$ (ج) $r\to(\neg p\wedge\neg r)$ (د) $\neg(p\vee q\vee r)$.

س2) العبارة $[p\vee q]\to[\neg p\vee\neg q]$:

(أ) مصدوقة (ب) تناقض (ج) مخلوطة .

س3) إذا كانت العلاقة R المعرفة على مجموعة الأعداد الصحيحة بالقاعدة : $a\,R\,b\Leftrightarrow|a-b|\le 5$ فإن R هي

(أ)انعكاسية و متعدية (ب)تناظرية و متعدية (ج) تناظرية وغير متعدية (د)ليست انعكاسية و غير متعدية.

س4) إذا علمت أن $S=\{(a,a);(a,c);(b,b);(b,e);(c,a);(c,c);(d,d);(e,b);(e,e)\}$ علاقة تكافؤ على $B=\{a,b,c,d,e\}$ فإن $\left|B/S\right|$ (عدد فصول التكافؤ المختلفة) هي:

(أ) 2 (ب) 3 (ج) 4 (د) 5 .

س5) الإغلاق المتعدي للعلاقة $T=\{(1,1);(1,2);(3,1)\}$ المعرفة على المجموعة $A=\{1,2,3\}$ يساوي :

(أ) T (ب) T^2 (ج) $A\times A$ (د) $T\cup\{(2,1);(1,3)\}$.

س6) إذا كان B جبر بولي و $x,y\in B$ بحيث $x+y=y$ فإن :

(أ) $x+y'=1$ (ب) $x'+y=1$ (ج) $x+y'=0$ (د) $x'+y=0$.

س7) إذا كان G رسما منتظم من نوع 4 , عدد رؤوسه n وعدد أضلاعه 20 فإن n تساوي:

(أ) 6 (ب) 8 (ج) 9 (د) 10 .

س8) إذا كان G رسما بسيط منتظما من النوع 4 وعدد رؤوسه 8 فإن متممه $\overline{G}$ هو رسم بسيط منتظم من النوع:

(أ) 3 (ب) 4 (ج) 5 (د) 6

Scanned by CamScanner

الجزء الثاني (28 درجة):أجب عن الأسئلة التالية:

س1) (أ) لتكن a , b و c أعدادا صحيحة. استخدم طريقة **البرهان بالمكافئ العكسي** لإثبات التالي : (درجتان)

" إذا كان $(a+b-c)$ زوجيا فإن a زوجي أو b زوجي أو c زوجي".

(1) • المكافئ العكسي للعبارة " إذا كان a فردي و b فردي و c فردي فإن (a+b-c) هو فردي ".

• الاثبات بما أن a فردي فإن $a=2k+1$ حيث $k\in\mathbb{Z}$

كذلك b فردي فإن $b=2k'+1$ حيث $k'\in\mathbb{Z}$

وأيضا c فردي فإن $c=2\ell+1$ حيث $\ell\in\mathbb{Z}$

عندئذ

$$a+b-c = 2k+1+2k'+1-(2\ell+1) = 2(k+k'-\ell)+1 = 2X+1$$

(1) وبالتالي العكسي هو زوجي.

(ب) إذا كانت $\{a_n\}$ متتالية معرّفة استقرائيا كالآتي : $\begin{cases} a_0=2, \quad a_1=5 \\ a_{n+1}=5a_n-4a_{n-1}, \forall n\geq 1 \end{cases}$.

أثبت أن : $a_n=1+4^n$, لكل $n\geq 0$ (عدد صحيح). (3 درجات)

نستخدم المبدأ الثاني للاستقراء الرياضي:

$P(n): a_n = 1+4^n$ نضع

• خطوة الأساسية :

$n=0$ | $n=1$

$a_0 \overset{?}{=} 1+4^0 = 2$ ✓ (0,5)

$a_0 = 2$ صائب و بالتالي P(0) صائب

$a_1 \overset{?}{=} 1+4^1 = 5$ ✓ (0,5)

$a_1 = 5$ صائب و بالتالي P(1) صائب

• خطوة الاستقراء : نأخذ $k\geq 2$ ونفترض P(k) ... , P(3), P(2) جميعها صائبة. ولنثبت صحة P(k+1): $a_{k+1} \overset{?}{=} 1+4^{k+1}$

(0,5) بما أن $a_{k+1} = 5a_k - 4a_{k-1}$

(0,5) وبما أن P(k) صائب فإن $a_k = 1+4^k$

(1) كذلك P(k-1) صائبة فإن $a_{k-1} = 1+4^{k-1}$

عندئذ

$$a_{k+1} = 5(1+4^k) - 4(1+4^{k-1})$$

$$a_{k+1} = 5+5(4^k) - 4 - (4^k) = 4.4^k + 1$$

$$a_{k+1} = 4^{k+1}+1$$

وبذلك نستنتج أن لكل $n\geq 0$; $a_n = 1+4^n$

Scanned by CamScanner

س2) لتكن R العلاقة المعرفة على المجموعة $\mathbb{N}=\{0,1,2,3,\ldots\}$ بالقاعدة: $a\,R\,b \Leftrightarrow a+b=20$.
بيّن فيما إذا كانت R علاقة انعكاسية, تناظرية, متعدية. (3 درجات)

R ليست انعكاسية (1) لأن $(0,0)\notin R$

R تناظرية (1) لأنه إذا كان $a+b=20$ فإن $b+a=20$ (عملية الجمع ابدالية)

R ليست متعدية (1) لأن $(18,2)\in R$ و $(2,18)\in R$ لكن $(18,18)\notin R$

س3) (أ) اكتب $f(x,y,z)=x'z+yz'$ على شكل CSP. (درجة ونصف)

(0,5) $f = x'(y+y')z + (x+x')yz'$

(1) $\boxed{csp(f) = x'yz + x'y'z + xyz' + x'yz'}$

(ب) اكتب $g(x,y,z)=x+x'y+xy'z$ على شكل CPS. (درجة ونصف)

(0,5) $cps(g) = (csp(g'))'$

$g' = (x + x'y + xy'z)'$

$= x' \cdot (x+y') \cdot (x'+y+z')$

$= (xx' + x'y') \cdot (x'+y+z)$

$g' = x'y'(x'+y+z) = x'y' + x'y'z$

$g' = x'y'(z+z') + x'y'z$

(0,5) $csp(g') = x'y'z + x'y'z'$

(0,5) $\boxed{Cps(g) = (x+y+z') \cdot (x+y+z)}$

Scanned by CamScanner

س4) لتكن f دالة بولية ممثلة بشكل كارنو المقابل :

	zw	zw'	$z'w'$	$z'w$
xy	1	1	0	1
xy'	0	1	1	0
$x'y'$	0	0	0	0
$x'y$	1	0	1	1

(أ) أوجد شكل MSP للدالة f. (درجة واحدة)

1

$$MSP(f) = yw + x'yz' + xy'w' + xzw'$$

(ب) أوجد شكل MPS للدالة f. (درجة واحدة)

$$MPS(f) = (Msp(f'))'$$

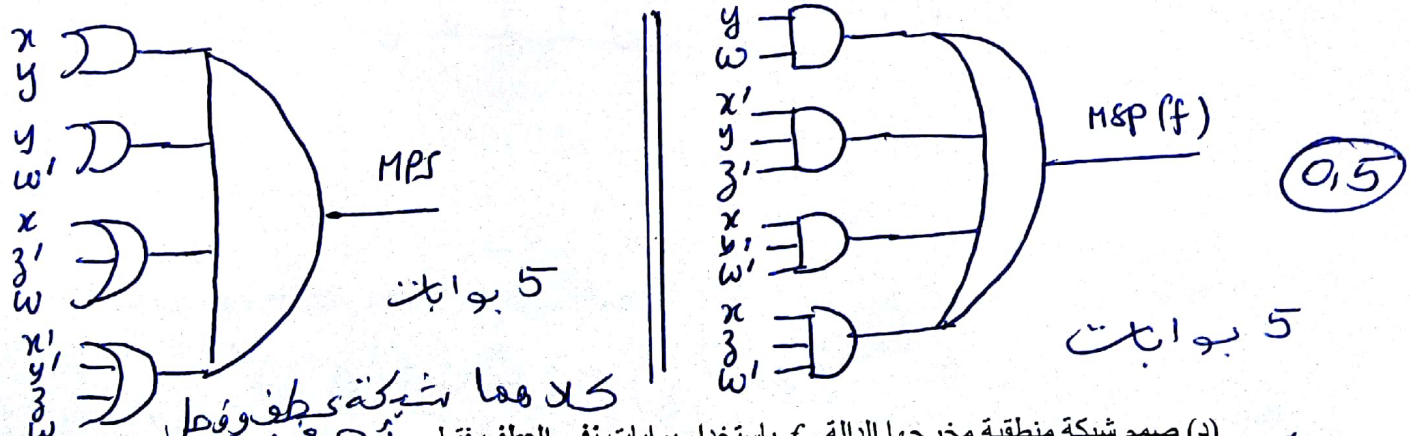
$$= (x'y' + y'w + x'zw' + xyz'w')'$$

1

$$MPS(f) = (x+y)(y+w')(x+z'+w)(x'+y'+z+w)$$

(درجة واحدة)

(ج) صمم شبكة عطف و فصل أصغرية مخرجها الدالة f.



0,5

0,5

كلاهما شبكة عطف وفصل أصغرية

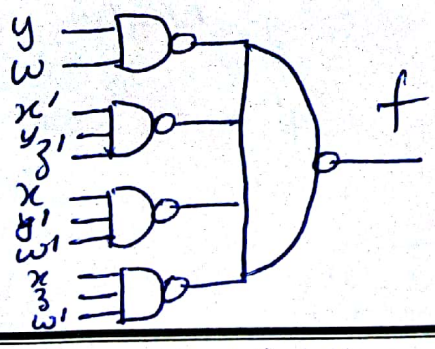
(درجة واحدة)

(د) صمم شبكة منطقية مخرجها الدالة f باستخدام بوابات **نفي العطف** فقط.

$$Msp(f) = [(yw + x'yz' + xy'w' + xzw')']'$$

$$= [(yw)' \cdot (x'yz')' \cdot (xy'w')' \cdot (xzw')']'$$

1



شبكة نفي العطف

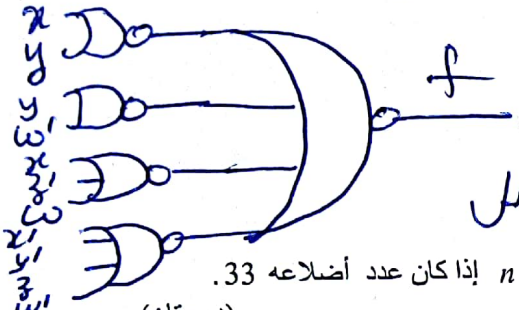
Scanned by CamScanner

ج) صمم شبكة منطقية مخرجها الدالة f باستخدام بوابات **نفي الفصل** فقط. (درجة واحدة)

$$MPS(f) = \left[\left((x+y)(y+w')(x+z'+w)(x'+y'+z+w)\right)'\right]'$$

$$= \left[(x+y)' + (y+w')' + (x+z'+w)' + (x'+y'+z+w)'\right]$$

(1)



شبكة نفي الفصل

س5)(أ) ليكن G رسما درجات رؤوسه $n,n,n,n,2n,2n,3n$. فجد n إذا كان عدد أضلاعه 33. (درجتان)

(1) نعلم أن $\sum_{k=1}^{7} deg\, v_k = 2|E|$

$$n+n+n+n+2n+2n+3n = 2\times 33$$

(1) $$11n = 66$$

$$n = 6$$ وبالتالي

(ب) كم عدد رؤوس الرسم التام الذي عدد أضلاعه 55 ؟ علل إجابتك. (درجة ونصف)

(1) نعلم أن $55 = |E(K_n)| = \frac{n(n-1)}{2}$

(0,5) $$n = 11$$ وبالتالي

حيث n هو عدد رؤوس الرسم التام K_n.

(ج) إذا علمت بأن عدد رؤوس K_{m,m^2} يساوي 42 , فجد عدد أضلاعه . (درجة ونصف)

(0,5) نعلم أن $K_{m,n}$ له رأس $(m+n)$ فإن حلاق $(m.n)$

(0,5) $m=6$ إذن K_{m,m^2} له رأس $42 = m+m^2$.

حلاق m^3

(0,5) ونتبع أن عدد أضلاع $K_{6,36}$ هو $6^3 = 216$ حلاق.

(د) أوجد عدد أضلاع الرسم المتمم لـ $\overline{K_{7,13}}$ لـ $K_{7,13}$ ثم بيّن فيما إذا كان $\overline{K_{7,13}}$ شجرة. (درجتان)

نعلم أن : $|E(K_{7+13})| + |E(\overline{K_{7+13}})| = |E(K_{20})|$

$$7\times 13 + |E(\overline{K_{7+13}})| = \frac{20\times 19}{2} = 19$$

وبالتالي عدد أضلاع الرسم المتمم لـ K_{7+13}

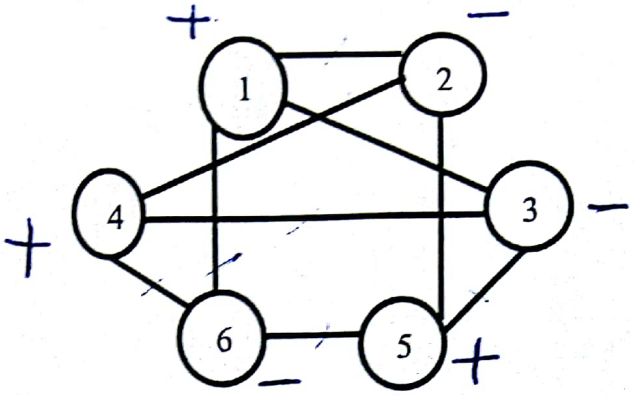
هو $190 - 91 = 99$ (1,5)

$\overline{K_{7+13}}$ ليس شجرة لأنه يحتوي على رأس و 99 حلاق.

(إذا كان شجرة لابد عدد أضلاعه 19) (0,5)

Scanned by CamScanner

س6)

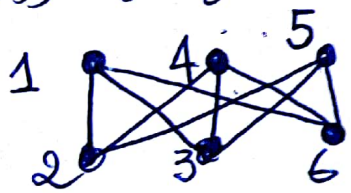


G

بيّن فيما إذا كان G الرسم الموضح في الشكل أعلاه ثنائي التجزئة أم لا , و إذا كان ثنائي التجزئة فأوجد تمثيلاً ثنائي التجزئة له. (درجتان)

(1) نعم G هو رسم ثنائي التجزئة لأن جميع دوراته هي دورات زوجية

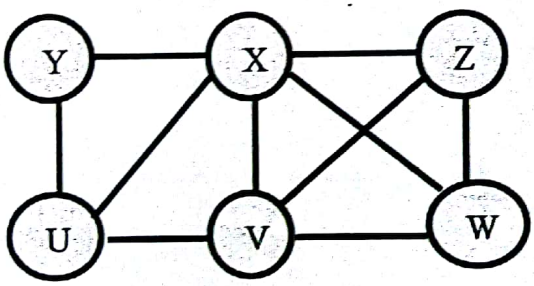
(1)



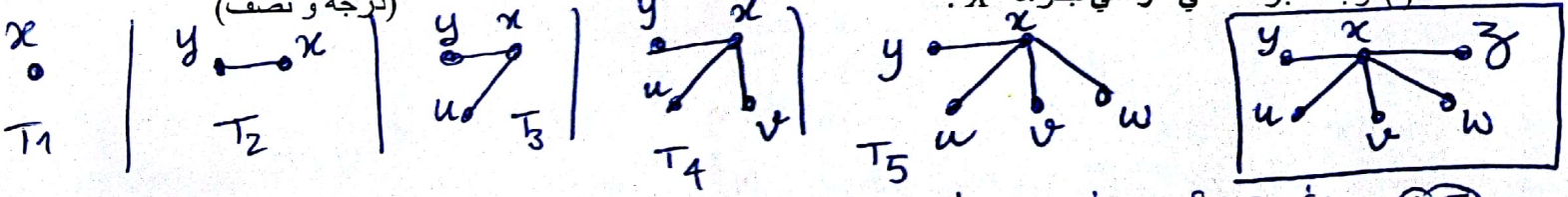
و هو مشابه للرسم المقابل

$G \cong K_{3,3}$

س7) ليكن H الرسم التالي :

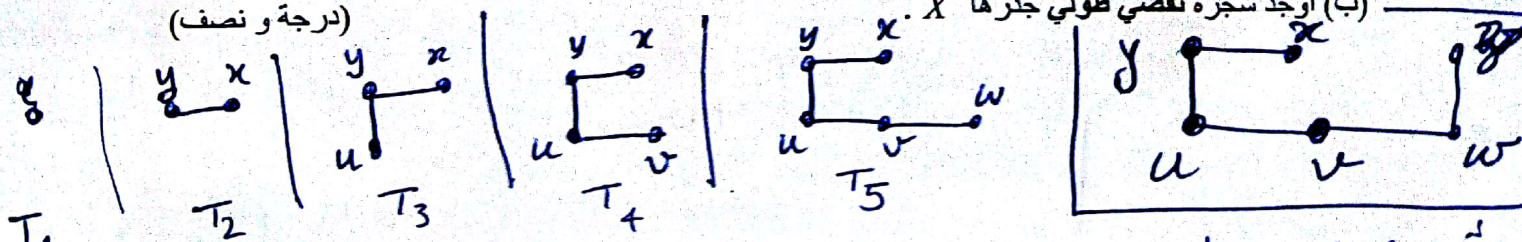


(أ) أوجد شجرة **تقصي عرضي** جذرها X .



شجرة تقصي عرضي جذرها x. (1,5)

(ب) أوجد شجرة **تقصي طولي** جذرها X .



شجرة تقصي طولي جذرها x.

(1,5)

Scanned by CamScanner