جامعة الملك سعود | الاختبار النهائي | الفصل الدراسي الأول 1438/1437هـ

كلية العلوم- قسم الرياضيات | في المقرر 151ريض | الزمن: 3 ساعات

أجب عن الأسئلة الآتية

س(1) : (أ) بيّن فيما إذا كان $(p \to q) \to (p \wedge r) \equiv p \wedge (q \to r)$. (3 درجات)

(ب) أثبت أن $3 \mid (4^n + 2)$ لكل عدد صحيح $n \geq 0$. (4 درجات)

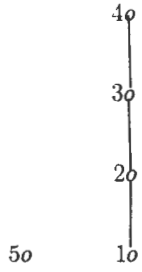
س(2) : (أ) لتكن R علاقة معرفة على مجموعة الأعداد الصحيحة $\mathbb{Z}$ كما يلي : $mRn \Leftrightarrow m = 2n$

بيّن فيما إذا كانت العلاقة R انعكاسية، تناظرية، تخالفية، متعدية . (4 درجات)

(ب) لتكن $S = \{(b,a),(b,c),(c,a)\}$ علاقة على المجموعة $A = \{a,b,c\}$.

جد كلاً من الإغلاق الانعكاسي والإغلاق التناظري والإغلاق المتعدي للعلاقة S . (4 درجات)

(جـ) إذا كانت العلاقة T ممثلة بشكل هاس التالي، فاكتب T كمجموعة أزواج مرتبة. (درجتان)



س(3) : لتكن f دالة بولية ممثلة بشكل كارنو التالي:

	zw	zw'	$z'w'$	$z'w$
xy		1	1	
xy'	1			1
$x'y'$		1	1	
$x'y$	1	1	1	1

(أ) اكتب f على شكل MSP . (درجتان)

(ب) اكتب f على شكل MPS . (درجتان)

(جـ) صمم شبكة عطف وفصل أصغرية مخرجها $f(x,y,z,w)$. (درجة)

(د) صمم شبكة مخرجها $f(x,y,z,w)$ باستخدام بوابات نفي الفصل فقط . (درجة)

(هـ) صمم شبكة مخرجها $f(x,y,z,w)$ باستخدام بوابات نفي العطف فقط . (درجة)

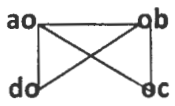
س(4) : (أ) ليكن G رسماً درجات رؤوسه $n, n, n, n, 2n, 2n, 3n$ ، فجد n إذا كان عدد أضلاع G يساوي11 . (درجتان)

(ب) جد عدد أضلاع الرسم المتمم للرسم $K_{4,7}$. (درجتان)

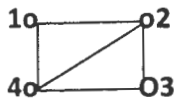
(جـ) إذا كانت المصفوفة التالية هي مصفوفة التجاور للرسم H ، فبيّن فيما إذا كان H ذاتي التتميم. (درجتان)

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

س (5): (أ) بيّن فيما إذا كان الرسمان التاليان متماثلين. (درجتان)

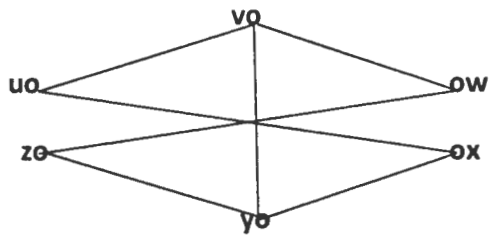


G



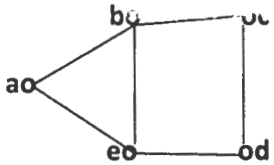
H

(ب) بيّن فيما إذا كان الرسم التالي ثنائي التجزئة، وإذا كان ثنائي التجزئة فجد تمثيلاً ثنائي التجزئة له.



(درجتان)

(جـ) للرسم التالي جد ما يلي: 1- شجرة تقص عرضي جذرها a (درجة) 2- شجرة تقص طولي (عمقي) جذرها a (درجة)



س (6): بيّن صحة أو خطأ كل واحدة من العبارات التالية مع التعليل. (درجة لكل عبارة)

(أ) كل رسم غير بسيط يحتوي على دورة.

(ب) كل رسم تام ثنائي التجزئة.

(جـ) كل رسم منتظم من النوع 1 شجرة.

(د) الرسم المتمم لكل شجرة هو شجرة.

تصحيح الاختبار الثماني 151 رياضي للفصل الأول د/ برهان
1438 - 1437 هـ

*السؤال الأول (7 درجات)

(أ) ①

$$(p\to q)\to(p\wedge r) \equiv \neg(p\to q)\vee(p\wedge r) \quad ①$$
$$\equiv \neg(\neg p\vee q)\vee(p\wedge r)$$
$$\equiv (p\wedge\neg q)\vee(p\wedge r) \quad ①$$
$$\equiv p\wedge(\neg q\vee r)$$
$$\equiv p\wedge(q\to r) \quad ①$$

(ب) نضع $P(n): 3\mid(4^n+2)$

• خطوة الأساسية: $n=0$; $3\mid 4^0+2$ ؟ $3\mid 3$ ق ص وبالتالي $P(0)$ صائب. ①

• خطوة الاستقراء: ليكن $k\geq 0$ ، نفترض $P(k)$ صائب (يعني لدينا $3\mid 4^k+2$)
(⇐ يوجد عدد صحيح c بحيث $4^k+2=3c$) فلنثبت صحة $P(k+1)$. ①
($3\mid 4^{k+1}+2$ ؟)

$$4^{k+1}+2 = 4\cdot 4^k+2$$
$$= 4(3c-2)+2$$
$$= 12c-8+2$$
$$= 12c-6 = 3(4c-2) = 3m \quad ②$$

حيث $m=4c-2\in\mathbb{Z}$

وبالتالي $3\mid(4^{k+1}+2)$ يعني $P(k+1)$ صائب

باستخدام المبدأ الأول للاستقراء الرياضي، نستنتج أن لكل $n\geq 0$; $3\mid(4^n+2)$.

*السؤال الثاني (10 درجات)

(أ) ② • R ليست انعكاسية على $\mathbb{Z}$ لأنها لا تحتوي على العلاقة القطرية فمثلا $1\not R 1$ ①

• R ليست تناظرية لأن $2R1$ لكن $1\not R 2$. ①

• R تخالفية على $\mathbb{Z}$ لأنه عندما نفترض أن mRn و nRm لدينا $m=2n$ و $n=2m$ وبالتالي $m=4m$ يعني $3m=0$ أي أن $m=0$ فالبرهان كذلك ① $n=0$ أي أن $m=n=0$.

• R ليست متعدية على $\mathbb{Z}$ لأن $4R2$ و $2R1$ لكن $4\not R 1$. ①

(ب) الانغلاق الانعكاسي لـ S هو: $S(S) = S\cup I_A = \{(b,a);(b,c);(c,a);(a,a);(b,b);(c,c)\}$ ①

• الاغلاق التناظري لـ S هو

$$\sigma(S) = S \cup S^{-1} = \{(b,a);(b,c);(c,a);(a,b);(c,b);(a,c)\}$$ ①

• الاغلاق المتعدي لـ S هو

$$\tau(S) = S \cup S^2 \cup S^3$$

$$S = \{(b,a);(b,c);(c,a)\}$$

$$S^2 = S \circ S = \{(b,a)\}$$ ②

$$S^3 = S^2 \circ S = \phi$$

و بالتالي $\tau(S) = S$ لأن S هي متعدية على A.

(ج) ② $T = \{(1,1);(2,2);(3,3);(4,4);(5,5);(1,2);(1,3);(1,4);(2,3);(2,4);(3,4)\}$

* السؤال الثالث: (7 درجات)

	zw	zw'	$z'w'$	$z'w$
xy	0	1	1	0
xy'	1	0	0	1
$x'y'$	0	1	1	0
$x'y$	1	1	1	1

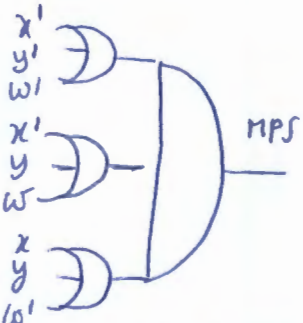
(أ) ② $MSP(f) = x'y + x'w' + yw' + xy'w$

(ب) $MPS(f) = (MSP(f'))'$

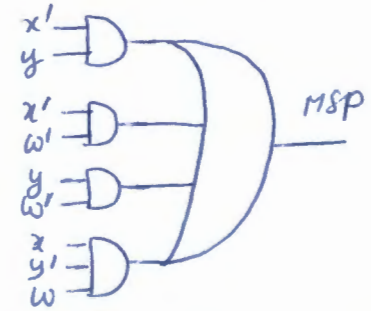
$MSP(f') = xyw + xyw' + x'y'w$

② $MPS(f) = (x'+y'+w') \cdot (x'+y+w) \cdot (x+y+w')$

(ج)



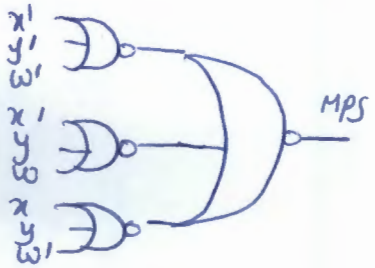
① 4 بوابات و بالتالي هي شبكة عطف وهذا أصغر ما نطرحها f



5 بوابات

(د) $MPS(f) = \left[\left[(x'+y'+w') \cdot (x'+y+w)(x+y+w')\right]'\right]'$

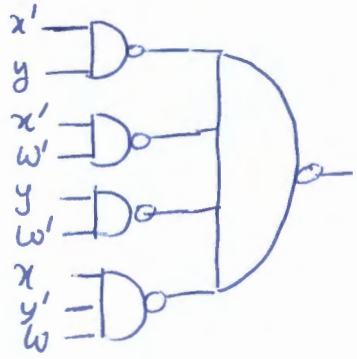
$MPS(f) = \left[(x'+y'+w')' + (x'+y+w)' + (x+y+w')'\right]'$



① شبكة نفي الفصل فقط

(ب) $Msp(f) = \left[(x'y + x'w' + yw' + xy'w)'\right]'$

$= \left[(x'y)' \cdot (x'w')' \cdot (yw')' \cdot (xy'w)'\right]'$

(1) 

شبكة نفي العطف فقط.

* السؤال الرابع: (6 درجات)

(أ) نعلم أن: $G=(V,E)$

$$\sum_{x \in V} \deg x = 2|E|$$

(2) $n + n + n + n + 2n + 2n + 3n = 2 \times 11$

$11n = 22$

$n = 2$ وبالتالي

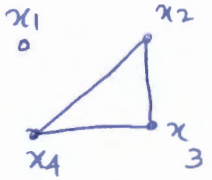
(ب) نعلم أن $\boxed{K_{4,7} \cup \overline{K_{4,7}} = K_{11}}$

وبالتالي $|E(K_{4,7})| + |E(\overline{K_{4,7}})| = |E(K_{11})|$

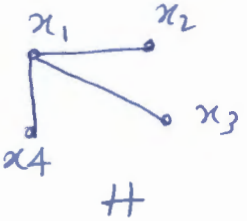
$4 \times 7 + |E(\overline{K_{4,7}})| = \frac{11 \times 10}{2} = 55$

$|E(\overline{K_{4,7}})| = 55 - 28 = 27$

(2) 27 هو $K_{4,7}$ عدد أضلاع الرسم المتمم لـ

(ج) 

(2) فان متمم H هو الآتي



H

نرى أن $H \not\cong \overline{H}$ لأن $\overline{H}$ له رأس معزول

وبالتالي H ليس ذاتي التتميم.

* السؤال الخامس: (6 درجات)

(أ) $G \simeq H$ لأنه يوجد تطبيق تماثلي f

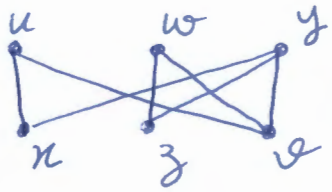
(2)

$x \in V(G)$	a	b	c	d
$f(x) \in V(H)$	4	2	3	1

(ب) نعم الرسم هو ثنائي التجزئة لأنه لا يحتوي على دورات فردية. (1)

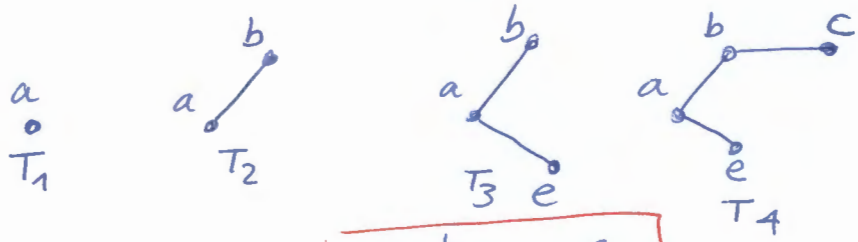
الرسم متماثل للرسم الآتي :

(1)

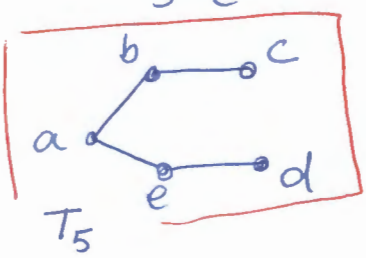


(ج)

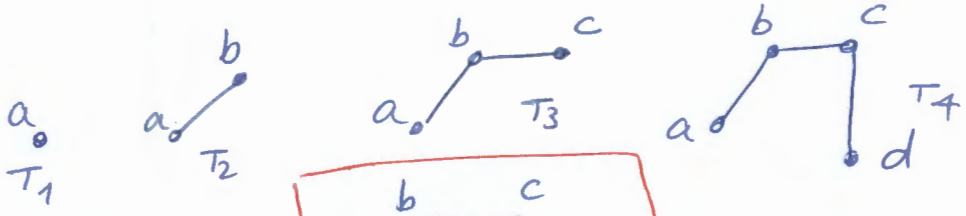
(أ)



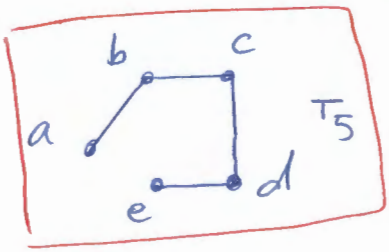
(1) شجرة تقيس عرضي ، عرضها .



(ب)



(1) شجرة تقيس طولي جذرها .



* السؤال السادس : (4 درجات)

(أ) نعم ، لأن إذا كان G غير بسيط فلابد تكرار أضلاع أو يوجد حلقات وبالتالي توجد دورة على الأقل.

(1)

(ب) لا ، خذ

(1)

رسم تام وليس ثنائي التجزئة.

(1)

(ج) لا ، خذ

(1)

رسم منتظم من النوع 1 وليس شجرة (غير مترابط)

(د) لا ، خذ

(1)

شجرة و متممها

ليست شجرة. (غير مترابط)