

د. برهان

الفصل الأول ١٤٣٣/١٤٣٤ هـ
الزمن: ثلاث ساعات

الاختبار النهائي
في المقرر ١٥١ رياض

جامعة الملك سعود
كلية العلوم

٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	رقم السؤال
ب	د	ج	ج	ب	د	ف	ب	ج	رمز الجواب

اسم الطالب	
الرقم الجامعي	
رقم الشعبة	
مدرس المقرر	

الجزء الأول: اختر الإجابة الصحيحة. (درجتان لكل سؤال)
(١) العبارة $\neg p \rightarrow (p \wedge q)$ مكافئة منطقياً لـ:

(أ) $p \rightarrow q$ (ب) $q \rightarrow p$ (ج) $q \rightarrow \neg p$ (د) $\neg q \rightarrow p$

(٢) إذا كانت R علاقة معرفة على المجموعة $A = \{1, 2, 3\}$ بالقاعدة $a R b \Leftrightarrow a + b < 4$ ، فإن

(أ) $R \circ R = R \cup \{(2, 2)\}$ (ب) $R \circ R = R^{-1}$ (ج) $R \circ R = R \cup R^{-1}$ (د) $R \circ R = R$

(٣) مجال العلاقة R المعرفة على المجموعة $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ بالقاعدة $a R b \Leftrightarrow a^2$ يقسم b هو:

(أ) $\{1, 2\}$ (ب) $\{2, 4\}$ (ج) $\{1, 2, 4\}$ (د) A

(٤) العلاقة المعرفة على المجموعة $\{a, b, c\}$ والممثلة بالمصفوفة هي علاقة:

$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(أ) تخالفية ومتعدية (ب) ليست تخالفية وليست متعدية (ج) متعدية وليست تخالفية (د) تخالفية وليست متعدية

(٥) إذا علمت أن العلاقة T المعرفة على مجموعة الأعداد الكسرية $\mathbb{Q}$ بالقاعدة $x T y \Leftrightarrow x - y$ عدد صحيح، هي علاقة تكافؤ فإن:

(أ) $\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 26 \\ 8 \end{bmatrix}$ (ج) $\frac{5}{4} T \frac{7}{2}$ (د) $\frac{5}{4} \nless T \frac{1}{4}$

(٦) الشكل CPS للدالة البولية $f(x, y, z) = x' + yz$ هو:

(أ) $(x + y + z)(x' + y' + z)$ (ب) $(x + y + z)(x' + y + z)$ (ج) $(x' + y + z)(x' + y' + z)(x' + y' + z')$ (د) $(x + y + z)(x + y + z')(x + y' + z')$

(٧) إذا كانت T شجرة درجات رؤوسها هي $1, 1, 1, 1, 4, d, d, d$ فإن قيمة d هي:

(أ) 5 (ب) 3 (ج) 2 (د) 1

(٨) إذا كان m, n عددين صحيحين موجبين، فإن عدد أضلاع الرسم ثنائي التجزئة التام $K_{m,n}$ يساوي:

(أ) $\frac{m(m-1)}{2} + \frac{n(n-1)}{2}$ (ب) $mn - 2$ (ج) $m + n$ (د) mn

(٩) الرسم G الممثل بمصفوفة التجاور هو:

$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(أ) شجرة (ب) رسم منتظم (ج) رسم تام (د) رسم غير مترابط

الجزء الثاني: أجب عن الأسئلة التالية.

(١) استخدام مبدأ الاستقراء الرياضي لإثبات أن

لكل عدد صحيح $n \geq 1$ (٣ درجات)

نُصِّح $P(n)$ العبارة المقترحة: $1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + \dots + n \cdot 2^n = 2 + (n-1)2^{n+1}$

- خطوات الأساس: $n=1$; $1 \cdot 2^1 = 2 + (1-1)2^{1+1}$; إذن $P(1)$ حادٍ

①

- خطوات الاستقراء: نأخذ $k \geq 1$. نفترض أن $P(k)$ حادٍ (يعني لدينا

$1 \cdot 2^1 + \dots + k \cdot 2^k = 2 + (k-1)2^{k+1}$) فنثبت أن $P(k+1)$ يعني حادٍ

$$1 + 2^1 + \dots + k \cdot 2^k + (k+1)2^{k+1} =$$

$$2 + (k-1)2^{k+1} + (k+1)2^{k+1} = 2 + [k-1+k+1]2^{k+1}$$

②

$$1 + 2^1 + \dots + k \cdot 2^k + (k+1)2^{k+1} = 2 + k \cdot 2^{k+2}$$

إذن $P(k+1)$ حادٍ

فنتج أن لكل $n \geq 1$; $P(n)$ حادٍ يعني لكل $n \geq 1$, $1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + \dots + n \cdot 2^n = 2 + (n-1)2^{n+1}$

(٢) لتكن R العلاقة المعرفة على المجموعة $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ بالقاعدة $a R b \Leftrightarrow a - b > 1$. بين فيما إذا كانت R علاقة انعكاسية،

تناظرية، متعدية. (٣ درجات)

① . R ليست انعكاسية على N لأن $2 R 2$ ($2 - 2 = 0 \neq 1$)

② . R ليست تناظرية على N لأن $3 R 1$ لكن $1 \not R 3$

③ . R متعدية على N لأن عندما تأخذ $a, b, c \in N$ نفترض أن

$a R b$ و $b R c$ فإن لدينا $a - b > 1$ و $b - c > 1$

$$a - b + b - c > 1 + 1$$

إذن $a - c > 2 > 1$ يعني لدينا $a R c$ ($\Rightarrow$)

(٣) ليكن x عدداً صحيحاً. أثبت باستخدام المكافئ العكسي أنه إذا كان $x^2 - 6x + 5$ عدداً زوجياً، فإن x عدد فردي. (درجتان)

نضع P التبرير الثاني $x^2 - 6x + 5$ هو عدد زوجي

و Q التبرير الثاني x هو عدد فردي

بإستخدام المكافئ العكسي نفترض Q فنثبت صحة P .

① يعني نفترض أن x هو عدد زوجي فنثبت أن $(x^2 - 6x + 5)$ هو عدد فردي.

بما أن x هو عدد زوجي فإن $x = 2n$ حيث n عدد صحيح.

$$x^2 - 6x + 5 = 4n^2 - 12n + 5.$$

$$x^2 - 6x + 5 = 2[2n^2 - 6n + 2] + 1.$$

②

$$x^2 - 6x + 5 = 2m + 1.$$

إذن الحد $(x^2 - 6x + 5)$ هو عدد فردي.

(٤) لتكن f دالة بوليية ممثلة بشكل كارنو المقابل

	zw	zw'	$z'w'$	$z'w$
xy	1	0	1	1
xy'	1	0	1	0
$x'y'$	0	1	0	0
$x'y$	1	1	0	1

(أ) أوجد شكل MSP للدالة f . (درجتان)

$$MSP(f) = \underbrace{yw}_{0,5} + \underbrace{xzw}_{0,5} + \underbrace{xz'w'}_{0,5} + \underbrace{x'zw}_{0,5}$$

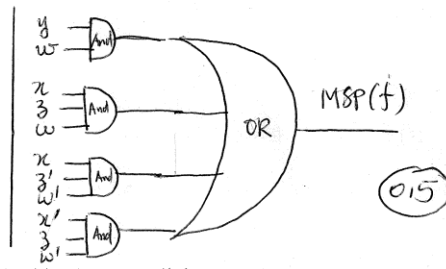
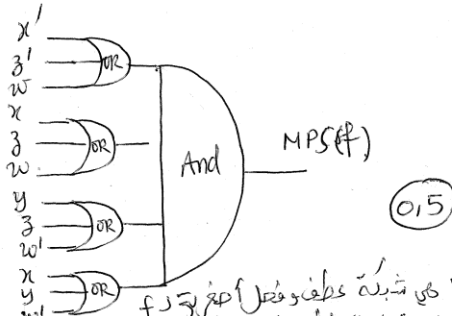
(ب) أوجد شكل MPS للدالة f . (درجتان)

$$MPS(f) = (MSP(f'))'$$

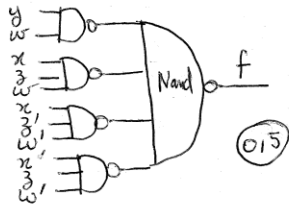
$$MSP(f') = xzw' + x'z'w' + yz'w + x'y'w$$

$$MPS(f) = (x' + z' + w) \cdot (x + z + w) \cdot (y + z + w') \cdot (x + y + w')$$

(ج) صمم شبكة عطف وفصل أصغرية مخرجها الدالة f . (درجة واحدة)



(د) صمم شبكة منطقية مخرجها الدالة f باستخدام بوابات نفي العطف فقط. (درجة واحدة)



$$MSP(f) = yw + xzw + xz'w' + x'zw$$

$$MSP(f) = [(yw + xzw + xz'w' + x'zw)']'$$

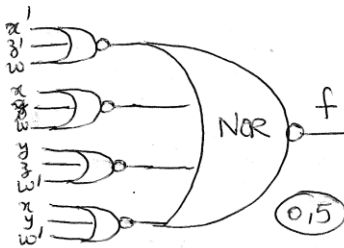
$$MSP(f) = [(yw)' \cdot (xzw)' \cdot (xz'w')' \cdot (x'zw)']'$$

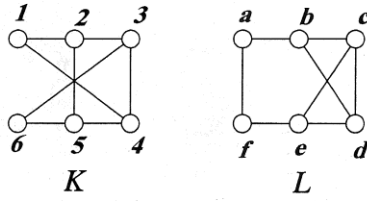
(هـ) صمم شبكة منطقية مخرجها الدالة f باستخدام بوابات نفي الفصل فقط. (درجة واحدة)

$$MPS(f) = (x' + z' + w) (x + z + w) (y + z + w') (x + y + w')$$

$$MPS(f) = [(x' + z' + w) \cdot (x + z + w) \cdot (y + z + w') \cdot (x + y + w')]'$$

$$MPS(f) = [(x' + z' + w)' + (x + z + w)' + (y + z + w')' + (x + y + w')']$$

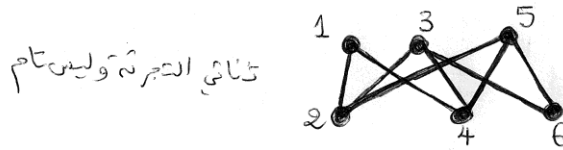




(٥) بين فيما إذا كان K الرسم الموضح في الشكل أعلاه ثنائي التجزئة أم لا ، وإذا كان ثنائي التجزئة فأوجد تمثيلاً ثنائي التجزئة له. (درجتان)

① - الرسم K لا يحتوي على دورات فردية فهو ثنائي التجزئة.

- الرسم K متماثلًا للرسم التالي :



ثنائي التجزئة وليس تام

①

(٦) بين فيما إذا كان الرسمان K, L الموضحان في الشكل أعلاه متماثلين. (درجتان)

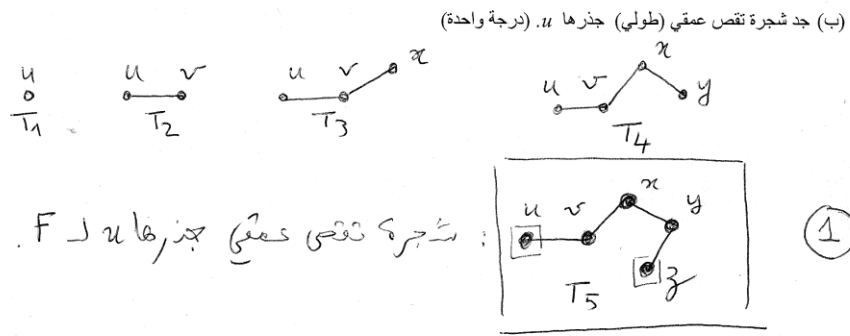
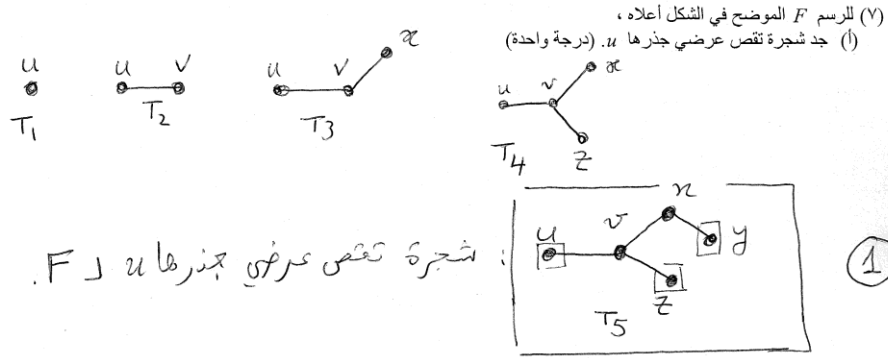
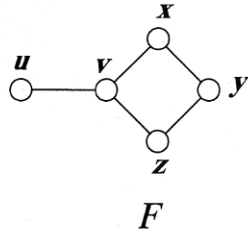
الرسمان L و K غير متماثلين لأنه لا يوجد تطبيع تماثلي بين K و L .

لأن L يحتوي على رأسين مترابطين ذات درجة ٢ ولكن

② K يحتوي على رأسين غير مترابطين ذات درجة ٢ فقط.

وهما ① و ② .

كذلك نرى أن L يحتوي على دورة فردية $abdef$ فهو
لأنه ليس ثنائي التجزئة.



(ج) أثبت أن الشجرتين في (أ) و (ب) ليستا متماثلتين. (درجة واحدة)

الشجرتين (أ) و (ب) ليست متماثلتين لأن (أ) تحتوي على 3 رؤوس
ذات درجة 1 لكن الشجرة (ب) تحتوي على رأسين فقط ذات
درجة 1. ①