

السؤال الأول: (أ) أدرس كل عبارة فيما يلي من حيث كونها صائبة أو خاطئة، مع التبرير:

$$(1) \text{ لأي مجموعتين } A \text{ و } B \text{ فإنه إذا كان } A \subseteq B \text{ فإن } B' \subseteq A'$$

$$(2) \forall x \in \mathbb{R}^+ : (x - 1)^2 > 0$$

(3) لأي مجموعتين  $A$  و  $B$  فإن:

$$|P(A \times B)| = 2^6 \Rightarrow |A| = 3 \wedge |B| = 2$$

(4) إن صنف التكافؤ الذي ينتمي إليه العدد 77 في  $\mathbb{Z}_{10}$  هو  $\bar{8}$

(ب) ادرس علاقة قاسم ل «|» على  $\mathbb{Z}^+$  من حيث كونها:

- |              |                                    |   |
|--------------|------------------------------------|---|
| (1) انعكاسية | (2) تناظرية                        | (3) متعدية                              |
| (4) تخالفية  | (5) علاقة تكافؤ على $\mathbb{Z}^+$ | (6) علاقة ترتيب جزئي على $\mathbb{Z}^+$ |

السؤال الثاني: (أ) املا الفراغات الآتية:

(1) مهما يكن التقريران  $A$  و  $B$  فإن:

$$\sim(A \vee \sim B) \equiv \dots \equiv \dots$$

(2) إذا كان  $(a_1, a_2, \dots, a_n) \in \mathbb{R}^n$  و  $(b_1, b_2, \dots, b_n) \in \mathbb{R}^n$  فإن:

$$(a_1, a_2, \dots, a_n) = (b_1, b_2, \dots, b_n) \Leftrightarrow \dots$$

(3) إذا كانت  $S_1, S_2, \dots, S_n$  مجموعات غير خالية فإن:

$$\prod_{i=1}^n S_i = \{\dots\}, \quad \bigcap_{i=1}^n S_i = \{\dots\}, \quad \bigcup_{i=1}^n S_i = \{\dots\}$$

(4) إذا كانت  $R$  علاقة تكافؤ على  $S$  وكان  $a \in S$  فإن:

$$\bar{a} = [a] = \{\dots\}$$

(ب) إذا كانت  $A, B, C$  ثلاث مجموعات فأكمل خطوات البرهان الآتي:

$$\begin{aligned} A \times (B \cup C) &= \{(x, y) | x \in A \wedge y \in (B \cup C)\} \\ &= \dots \\ &= \dots \\ &= \dots \\ &= (A \times B) \cup (A \times C) \end{aligned}$$

تعريف الضرب الديكارتي

.....  
.....  
.....

(ج) أثبت باستخدام الاستقراء الرياضي صحة التقرير الآتي:

$$P(n) \equiv 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1) : \forall n \in \mathbb{Z}^+$$