بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود / الرياض — الاختبار الفصلي الثاني في المقرر ١٣١ ريض
كلية العلوم / قسم الرياضيات — الفصل الدراسي الثاني ١٤٣٣/١٤٣٢ هـ الزمن : ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة الآتية

س١ : أولاً : إذا عرفنا عملية ضرب $\otimes$ على $\mathbb{R}^n$ كما يلي :

$$\forall\, a,b \in \mathbb{R}^n : a \otimes b = (a_1,\dots,a_n)\otimes(b_1,\dots,b_n) = (a_1b_1,\dots,a_nb_n)$$

فأجب عما يأتي :-

(أ) ادرس النظام $(\mathbb{R}^n, \otimes)$ من حيث كونه :-

[1] مغلقاً [2] إبدالياً [3] a عنصر محايد

(ب) إذا كانت $n=4$ في الفقرة (أ) فأملأ الفراغ الآتي :-

$$a=(\sqrt{2},\ 3,\ -\tfrac{1}{2},\ 1) \Rightarrow a^{-1}=(\ \dots\dots\ )$$

(جـ) جد جميع قيم x_i ، حيث $i \in \{1,2,3,4\}$ إذا علمت أن :

$$(1,\sqrt{3},-\tfrac{2}{3},4)\otimes(x_1,x_2,x_3,x_4)=(1,1,1,1)\in\mathbb{R}^4$$

(د) هل يوجد نظير ضربي للعنصر C في $\mathbb{R}^4$ ، حيث $C=(2,0,-1,1)$ ؟ ولماذا ؟

ثانياً : أثبت صحة أو خطأ كل من العبارتين الثاليتين :-

(أ) إذا $S \subseteq M$ وكانت S غير منتهية فإن M غير منتهية .

(ii) إن D مجموعة غير قابلة للعد ، حيث $D=\{3^n \mid n \in \mathbb{Z}^+\}$

س٢ : أولاً : إذا كان $(\mathbb{Z}_6, \oplus) \to (\mathbb{Z}, +)$: f تطبيقاً ، حيث $f(x)=\bar{x}$ فأجب عما يأتي :-

(أ) أكمل الفراغات الآتية :

(i) $\mathbb{Z}_6 = \{\dots\}$ (ii) $f(\mathbb{Z}) = \{\dots\}$ (iii) $|f(\mathbb{Z})| =$ [...]

(ب) ادرس التطبيق f من حيث كونه :-

[1] تشاكلاً [2] تشاكلاً متباينا [3] تشاكلاً غامراً .

(جـ) إذا كان f تشاكلاً فأوجد عناصر نواة f (أي $\ker f$) .

(د) املأ الفراغات الآتية ، علماً بأن العناصر داخل النظام $(\mathbb{Z}_6, \oplus)$:-

[1] $(\bar{2})^{-1} =$ [...] [2] $\bar{4}\oplus\bar{x}=\bar{3} \Rightarrow \bar{x} =$ [...] [3] $\bar{4}^3 =$ [...]

(هـ) هل $(\mathbb{Z}_6^*, \oplus)$ نظام مغلق ؟ ولماذا ؟

ثانياً : بيّن صحة أو خطأ كل من العبارتين الآتيتين :-

① كل تطبيق هو عملية ثنائية .

② التطبيق المحايد حالة خاصة من تطبيق التقابل .