الفصل الثاني ١٤٢٩ / ١٤٣٠ هـ	بسم الله الرحمن الرحيم	جامعة الملك سعود / كلية العلوم
الزمن : ساعة و نصف	الاختبار الفصلي الثاني في المقرر ١٣١ ريض	قسم الرياضيات

السؤال الأول : [١٠ درجات]

أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي :-

(أ) إذا كان $f: A \to B$ تطبيقا فأن $f^{-1}(B) \subset A$.

(ب) النظام $(Q,*)$ به عنصر محايد أيمن ولكل عنصر فيه نظير أيمن ، حيث

$a*b = a+3b$ لكل $a,b \in Q$.

(جـ) لا يوجد نظير جمعي للعنصر $x \in \mathbb{R}^4$ في النظام $(\mathbb{R}^4,\oplus)$ حيث $x = (-5,\frac{1}{3},\sqrt{6},-\frac{2}{3})$.

(د) إن S مجموعة قابلة للعد ، حيث $S = \{3^n : n \in \mathbb{Z}^+\}$.

(هـ) يوجد حل للمعادلة $\overline{x} \odot \overline{4} = \overline{5}$ في النظام $(\mathbb{Z}_6,\odot)$.

السؤال الثاني : [١٠ درجات]

(أ) أعط مثالا واحدا فقط لكل مما يأتي:-

(١) تطبيق محايد.

(٢) تطبيق ثابت.

(٣) نظام مغلق ولكنه ليس إبدالياً.

(٤) نظام ذو عمليتين تكون فيه العملية الثانية تتوزع على الأولى.

(ب) أكمل الفراغات الآتية :-

(١) نقول إن التطبيق $f:(A,*) \to (B,\circ)$ تشاكل إذا تحقق الشرط :

$\forall x,y \in A: f(x*y) =$ ....

(٢) إذا كان $f:(S,\boxplus) \to (T,\oplus)$ تشاكلا وكان $e \in S$ و $e' \in T$ هما المحايدان في النظامين فإن :

(i) f(e) = ...

(ii) نواة f = Ker f $= f^{-1}(e') = \{$..........|...$\}$

(جـ) إذا كانت $D = \{1,3,5,7,9.................................\}$ فأثبت أن D مجموعة غير منتهية.

الفصل الثاني ١٤٢٩ / ١٤٣٠ هـ	بسم الله الرحمن الرحيم	جامعة الملك سعود / كلية العلوم
الزمن : ساعة و نصف	الاختبار الفصلي الثاني في المقرر ١٣١ ريض (نموذج الإجابة)	قسم الرياضيات

السؤال الأول : [١٠ درجات]

أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي :-

(أ) عبارة خاطئة

حيث أنه إذا كان $f: A \to B$ تطبيقا فإن $f^{-1}(B) \subseteq A$ ، لأنه لو لم يكن كذلك لوقعنا في تناقض مع كون f تطبيقاً.

(ب) عبارة صائبة

بفرض e محايد أيمن فإن $a * e = a, \forall a$ ولذلك $a + 3e = a, \Rightarrow e = 0$. ولإيجاد النظير(المعكوس) الأيمن فإن $a * a^{-1} = 0,$ ولذلك $a + 3a^{-1} = 0, \Rightarrow a^{-1} = \frac{-a}{3} \in Q$.

(جـ) عبارة خاطئة

حيث أنه يوجد نظير جمعي للعنصر $x \in \mathbb{R}^4$ في النظام $(\mathbb{R}^4, \oplus)$ حيث $x = (-5, \frac{1}{3}, \sqrt{6}, -\frac{2}{3})$ وهو $x^{-1} = (5, -\frac{1}{3}, -\sqrt{6}, \frac{2}{3})$ لأن $(-5, \frac{1}{3}, \sqrt{6}, -\frac{2}{3}) \oplus (5, -\frac{1}{3}, -\sqrt{6}, \frac{2}{3}) = (0,0,0,0)$.

(د) عبارة صائبة

إن S مجموعة قابلة للعد ،لأن $S = \{3^n : n \in \mathbb{Z}^+\} \subset \mathbb{Z}^+$ ، "أي مجموعة جزئية من مجموعة قابلة للعد تكون مجموعة قابلة للعد".

(هـ) عبارة خاطئة

حيث أن $(6,4) \neq 1$ إذن 4^{-1} غير موجود ولذلك المعادلة ليس لها حل.

السؤال الثاني : [١٠ درجات]

(أ) أعط مثالا واحدا فقط لكل مما أتى:-

(١) تطبيق محايد.

$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \ f(a) = a, \forall a \in \mathbb{R}$$

(٢) تطبيق ثابت.

$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \ f(a) = 0, \forall a \in \mathbb{R}$$

(٣) نظام مغلق ولكنه ليس إبدالياً.

$$(\mathbb{R}, -) : \ a-b \neq b-a, \quad a, b \in \mathbb{R}$$

(٤) نظام ذو عمليتين تكون فيه العملية الثانية تتوزع على الأولى.

$$(\mathbb{R}, +, .) : \ (a+b).c = a.c+b.c, a.(b+c) = a.b+a.c \quad , \quad \forall a, b, c \in \mathbb{R}$$

(ب) أكمل الفراغات الآتية :-

(١) نقول إن التطبيق $f:(A,*) \to (B,\circ)$ تشاكل إذا تحقق الشرط :

$$\forall x, y \in A: f(x*y) = f(x)\circ f(y).$$

(٢) إذا كان $f:(S,\boxplus) \to (T,\oplus)$ تشاكلا وكان $e' \in T$ و $e \in S$ هما المحايدان في النظامين فإن :

(ii) $\quad f(e) = e'$

(ii) $\quad$ f نواة $= \mathrm{Ker}\, f = f^{-1}(e') = \{x \in S \mid f(x) = e'\}$

(جـ) إذا كانت $D = \{1,3,5,7,9,\ldots\ldots\ldots\ldots\}$ فأثبت أن D مجموعة غير منتهية.

نفرض $D' = \{3,5,7,9,\ldots\ldots\ldots\ldots\} \subset D$ و نبرهن أن $D \approx D'$ ، أي أن D مجموعة تكافؤ مجموعة جزئية فعلية منها ولذلك فأن D مجموعة غير منتهية.