بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود / الرياض — الاختبار الفصلي الثاني في المقرر ١٣١ ريض
كلية العلوم / قسم الرياضيات — الفصل الدراسي الأول ١٤٤١ هـ — الزمن: ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة الآتية

س١٢: (أ) أجب عما يأتي: ٨
(١) متى نقول عن مجموعة S أنها غير منتهية؟ ١
(٢) أثبت أن $\mathbb{Z}^+$ مجموعة غير منتهية. ٣
(٣) متى نقول إن S مجموعة قابلة للعد؟ ١
(٤) أثبت أن $\mathbb{Z}$ مجموعة قابلة للعد. ٣

(ب) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي: ٤ = ١٠×٤
[١] $(\mathbb{Q}^*, +)$ نظام مغلق.
[٢] إذا كان $(S, *)$ نظاماً مغلقاً وبه عنصر محايد $e \in S$ فإن e وحيد.
[٣] لكل مجموعتين غير خاليتين A و B فإن: $|A| = |B| \Leftrightarrow A = B$.
[٤] إذا كان $f: (\mathbb{Z}, +) \to (5\mathbb{Z}, +)$ تطبيقاً، حيث $f(x) = 5x$ فإن f تشاكل.

س١٣: (أ) أجب عما يأتي: ٧
(١) متى نقول إن النظام $(G, *)$ زمرة إبدالية؟ ١
(٢) إذا كانت $\otimes$ عملية معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: ٦ = ١٠×٦

$$\forall\, x, y \in \mathbb{R}^* : x \otimes y = \frac{xy}{4}$$

فادرس النظام $(\mathbb{R}^*, \otimes)$ من حيث كونه:
[١] مغلقاً [٢] إبدالياً [٣] تجميعياً [٤] يملك عنصراً محايداً.
[٥] يوجد نظير لكل عنصر فيه [٦] زمرة إبدالية.

(ب) إذا أعطيت النظام $(\mathbb{Z}_{111}^*, \cdot)$، فأملأ الفراغات الآتية: ٦ = ١٠×٤
[i] $2^8 = \boxed{\quad}$ [ii] $(6^{-1})^2 = \boxed{\quad}$
[iii] $\{\ldots, 3, \ldots\} = \langle 3 \rangle = \boxed{\quad}$ [iv] $5x = 7 \Rightarrow x = \boxed{\quad}$

نسأل الله لكم التوفيق

Scanned with CamScanner