

اجب عن الأسئلة الآتية

س(١) : (أ) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي: -

(١) لكل تقريرين p و q فإن : $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

(٢) إن " $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{R} \not\subseteq \mathbb{Z}^2 \subseteq \mathbb{R}^3$ "

(٣) لكل مجموعة S فإن : $\emptyset \subset S$

(٤) $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 - 6x + 9 > 0$

(ب) انفي التقرير الآتي :- $\exists x, y \in \mathbb{Q} \ni \frac{x}{y} \notin \mathbb{Q}$ وعين قيمة صوابه بعد النفي.

س(٢) : (أ) إذا كان $(a_1, a_2, \dots, a_m) \in \mathbb{R}^m$ و $(b_1, b_2, \dots, b_n) \in \mathbb{R}^n$ فمتى يكون $(a_1, a_2, \dots, a_m) = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ ؟

(ب) أثبت صحة ما يلي، باستخدام البرهان بالوقوع في تناقض :- "إذا كان كل من x و y عدداً فردياً فإن xy عددٌ فردي"

(ج) عين صنف التكافؤ الذي ينتمي إليه العدد -43 في \mathbb{Z}_9 .

س(٣) : (أ) متى نقول عن علاقة R إنها علاقة ترتيب كلي على مجموعة S ؟

(ب) أثبت أن علاقة الاحتواء " \subseteq " هي علاقة ترتيب جزئي، وليست علاقة ترتيب كلي على مجموعة القوة $P(A)$ ،

حيث $|A| > 1$.

(ج) إذا كانت $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ وكانت $R \subseteq A^2$ ، حيث :

$R = \{(1, 1), (4, 2), (2, 4), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)\}$

فأثبت أن R علاقة تكافؤ في A ومن ثم جد أصناف التكافؤ المرافقة لـ R .