بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الرياضيات

الاختبار الفصلي الأول في المقرر ١٣١ ريض
الفصل الدراسي الأول ١٤٢٩/١٤٣٠ هـ
الزمن : ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول :

(أ) أكمل الفراغات الآتية بما يجعل العبارات صائبة :

١) $\sim [\forall \ a \in \mathbb{R} : \ a^2 - 2a + 1 \geq 0] \equiv \cdots$

٢) $\mathbb{R}^5 = \{\dots \dots \dots\}$

٣) إذا كانت A وB مجموعتين بحيث $|A| = 4$ و $|B| = 3$ فإن $|P(A \times B)| = \cdots$

٤) نقول إن R علاقة ترتيب كلي على مجموعة S إذا حققت الشروط الآتية : ....

(ب) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي :

١) $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \Rightarrow \mathbb{Z}^2 \subseteq \mathbb{Q}^4$

٢) إذا كان x عددا أوليا فإن $x \in 2\mathbb{Z}^+$

٣) إذا كان $\overline{3} \in \mathbb{Z}_7$ فإن $-25 \in \overline{3}$

٤) إذا كانت R علاقة تكافؤ في A وكان $y \in A$ فإن $\overline{y} \neq \emptyset$

السؤال الثاني :

(أ) متى نقول عن مجموعتين A و B إنهما منفصلتان ؟

(ب) استخدم جداول الانتماء في إثبات صحة ما يلي :
لأي مجموعتين A و B فإن : $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$

(ج) إذا كانت $P = \{\{1,3,5\},\{2,4\}\}$ تجزئة لمجموعة S فأكمل الآتي :

١) $S = \{\dots \dots \dots\}$

٢) إذا كانت R هي علاقة التكافؤ الناتجة عن التجزئة P فإن : .... = R

(د) إذا كانت R علاقة تكافؤ في A وكان $aRb \Leftrightarrow \overline{a} = \overline{b}$ فأثبت أن :
$b \in \overline{a} \Leftrightarrow \overline{a} = \overline{b}$

بسم الله الرحمن الرحيم

إجابة أسئلة الاختبار الفصلي الأول في المقرر ١٣١ريض- الفصل الأول ١٤٢٩/١٤٣٠هـ

إجابة السؤال الأول :

(أ) :

١) $\sim [\forall\, a \in \mathbb{R} :\ a^2 - 2a + 1 \geq 0] \equiv \exists\, a \in \mathbb{R} \ni a^2 - 2a + 1 < 0$

٢) $\mathbb{R}^5 = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) :\ x_i \in \mathbb{R}, \forall\, i\}$

٣) $|A| = 4 \ \wedge\ |B| = 3 \Rightarrow |P(A \times B)| = 2^{12}$

٤) نقول إن R علاقة ترتيب كلي على مجموعة S إذا حققت الشروط الآتية :
R انعكاسية وتخالفية ومتعدية بالإضافة للشرط الآتي :
$\forall\, x, y \in S : xRy \vee yRx$

(ب) :

١) عبارة خاطئة ، فمثلا : $(1,2) \in \mathbb{Z}^2 \nRightarrow (1,2) \in \mathbb{Q}^4$

٢) عبارة خاطئة لأن 2 عدد أولي و $2 \in 2\mathbb{Z}^+$

٣) عبارة صائبة لأن :
$-25 \equiv 3 (mod\, 7) \Leftrightarrow -25 - 3 = -28 = (-4) \times 7$

٤) عبارة صائبة لأن :
$y \in A \Rightarrow yRy$ (لأن R انعكاسية) $\Rightarrow y \in \overline{y}$ (تعريف $\overline{y}$)
$\Rightarrow \overline{y} \neq \emptyset$

إجابة السؤال الثاني :

(أ) : نقول إن المجموعتين A و B منفصلتان $\Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$.

(ب) :

A	B	$A \triangle B$	$A \cup B$	$A \cap B$	$A \cup B - A \cap B$
$\in$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\notin$
$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\in$
$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\in$
$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$

من العامودين الثالث والسادس يتم برهان التساوي .

(ج) :

١) $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

٢) $R = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5), (2,2), (2,4), (4,2), (4,4)\}$

(د) : R علاقة تكافؤ في A و $\overline{a} = \overline{b} \Leftrightarrow aRb$ ، إن :

<u>أولا :</u> إثبات أن : $b \in \overline{a} \Rightarrow \overline{a} = \overline{b}$

(معطى) —— $b \in \overline{a} \Rightarrow bRa$ (تعريف $\overline{a}$) $\Rightarrow aRb$ (تناظرية R) $\Rightarrow \overline{a} = \overline{b}$

<u>ثانيا</u> : إثبات أن : $\overline{a} = \overline{b} \Rightarrow b \in \overline{a}$

bRb (انعكاسية R) $\Rightarrow b \in \overline{b}$ —— (تعريف $\overline{b}$) $\Rightarrow b \in \overline{a}$ —— (لأن $\overline{a} = \overline{b}$ معطى)

من أولا وثانيا نجد أن : $b \in \overline{a} \Leftrightarrow \overline{a} = \overline{b}$
