جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الفيزياء والفلك

جامعة الملك سعود
King Saud University

فيزياء عامة (2) فيز 102

الفصل الثاني عشر: المرونة Elasticity

الفصل الثاني عشر: المرونة
Elasticity

١٢–١ مقدمة

١٢–٢ الاجهاد والانفعال

١٢–٣ قانون هوك

١٢–٤ اجهاد القص

١٢–٥ التغير الحجمي

1-12 المقدمة

المرونة : هي قابلية المادة للتشوه عند تأثير قوة خارجية عليها مع قدرة المادة على استعادة وضعها الاصلي بعد زوال السبب الذي أدى إلى تشوهها .

و للتشوه نوعان :

تشوه خاص بالسوائل و الغازات (الموائع) : حيث تنساب المادة تحت تأثير القوة الخارجية المؤثرة عليها .

تشوه خاص بالمواد الصلبة : وهو مرن في طبيعته و مؤقت – ضمن حد معين لمرونة المادة –(يزول التشوه بإزالة القوة المشوهة)

1-12 المقدمة

تنقسم المواد من حيث القدرة على إسترجاع شكلها بعد إزالة السبب الذي أدى إلى تشوهها إلى ثلاثة أقسام:

١-مواد تامة المرونة وهى المواد التى تستطيع أن تعود إلى شكلها وحجمها الاصلي تماما (وضعها الأصلي) بعد زوال السبب الذي أدى إلى تشوهها .

٢- مواد مرنه وهى المواد التى تستطيع أن تعود إلى وضع قريب جدا وضعها الاصلي بعد زوال السبب الذي أدى إلى تشوهها .

٣- مواد غير مرنه وهى المواد التى ال تستطيع أن تعود إلى وضعها الأصلي بعد زوال السبب الذي أدى إلى تشوهها .

فى هذه الفصل سوف نختص بدارسة المواد تامة المرونة .

تعريف المادة المرنة :

– هى المادة التى لها القدرة على إسترجاع شكلها الأصلي بعد زوال القوة المؤثرة عليها .

–ترجع خاصية المرونه فى الأجسام إلى القوى البينيه الكبيره بين الذرات المكونه له .

- ومن أمثلة المواد المرنة :
- الإسفنج– كرة التنس – النابض

٢-١٢ الإِجهاد و الانفعال

- عند التأثير بقوة على المواد المرنة فانها تقع تحت إجهاد ينتج عنه إنفعال (تشوه) هذا الإِنفعال يكون إما بالزيادة فى طولها أو الحجم أو بالنقصان وكذلك قد يكون هذا الانفعال تغير فى الشكل .

أنواع الإِجهاد :

اجهاد طولى – اجهاد حجمى – اجهاد قص

أنواع الإِنفعال :

انفعال طولى – انفعال حجمى – انفعال قص

١- الاجهاد

تعريف الإجهاد stress :

هو القوة المؤثرة عموديا على وحدة المساحات .

ويعطى بالعلاقة التالية :

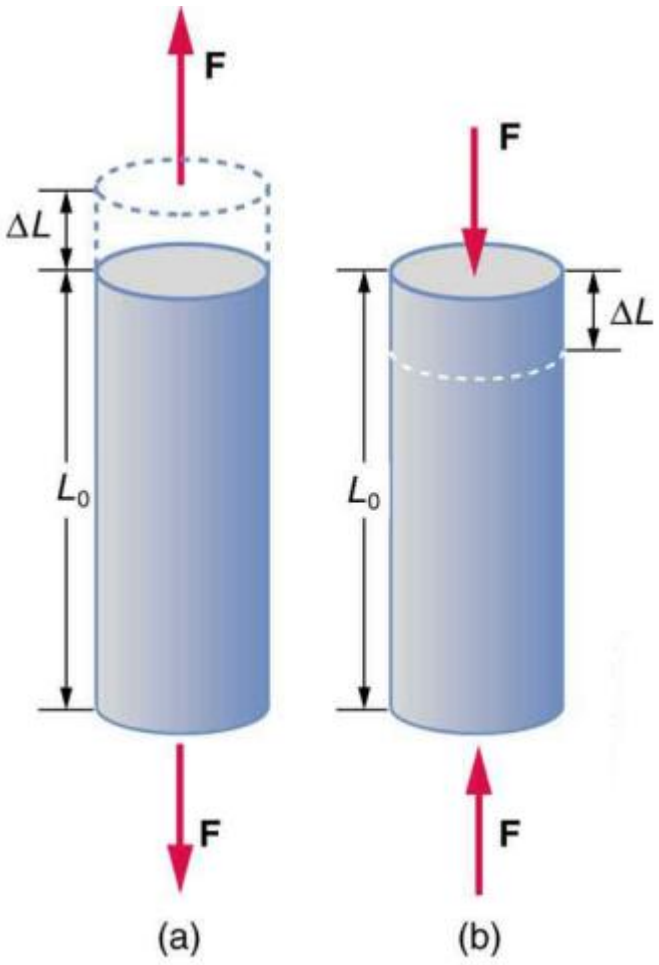
$$S = \frac{F}{A} \qquad N/m^2$$

يشترط أن لا يتجاوز الإجهاد حد المرونة .

حيث : F هى القوة و A مساحة مقطع المادة .

و يقاس بالوحدات العالمية IS : نيوتن / متر^{٢}

إجهاد طولي Tensile Stress

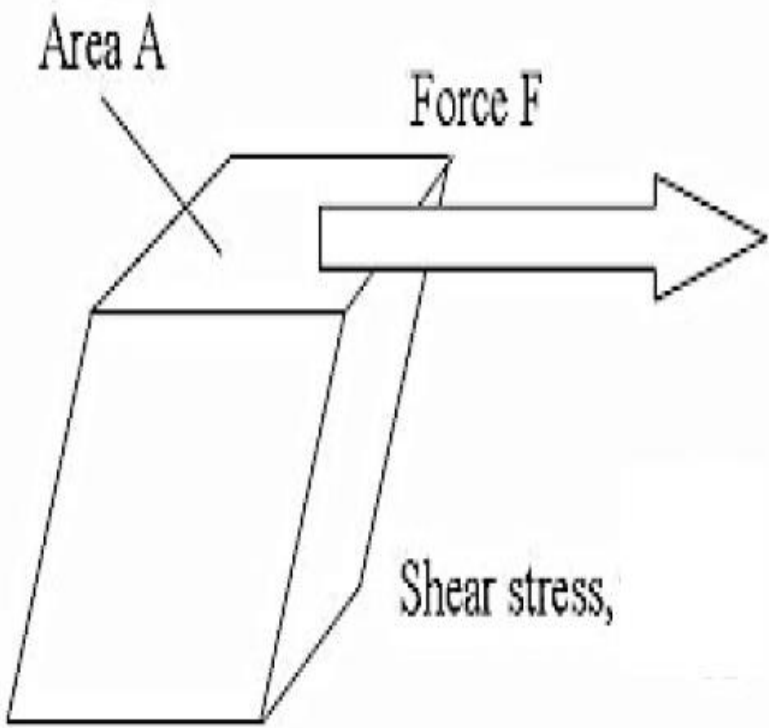


- عندما تؤثر القوه على أبعاد جزيئات الجسم المرن باتجاه عامودي.
- مثل وضع سلك مشدود تحت تأثير قوتين متساويتين ومتضادتين وتعملان على إستطالة السلك(a) أو ضغطه(b) .
- يعرف اجهاد الطولي :

بأنه القوة التى تؤثر عاموديا على وحدة المساحات بإتجاه الانفعال الطولى الحادث .

$$S = \frac{F}{A} \qquad N/m^2$$

إجهاد قصي(سطحي) Shearing Stress



- هي قوة مماسية قصية تؤثر على السطح و التي تؤدي إلى تغير شكله مع مراعاة حد المرونة.
- إذا أثرت قوة على سطح مكعب يؤدي هذا إلى تغير شكله إلى متوازى مستطيلات أي أن الجسم حدث لها قص كما في الشكل.

يعرف اجهاد القص :

هو القوة المماسية للسطح و المؤثرة على وحدة المساحة.

$$S_s = \frac{F}{A}$$

إجهاد حجمي Bulk Stress

يعرف الاجهاد الحجمي :

الزيادة في القوة التي تؤثر على وحدة المساحات من السطح الكلى للجسم أو يعرف الزيادة في الضغط **ΔP**.

يشترط أن لا يتجاوز الإجهاد حد المرونة .

فإذا فرضنا أن القوة الكلية التى تحدث " إنضغاطا " فى الجسم المرن تساوى **F** وأن المساحة الكلية للجسم التى تؤثر فيها بانتظام هى **A** حيث تعمل القوى على تغير حجم الجسم .

فإن الإجهاد الحجمى فى هذه الحالة يساوى :

$$S = \frac{F}{A} = \Delta P \quad N/m^2$$

ويمكن أن نحقق هذه الحالة عمليا ، إذا غمرنا مكعب مثلا فى سائل على عمق كبير ، حيث تؤثر على سطح المكعب فى جميع الاتجاهات قوة تسمى بالضغط الهيدروستاتيكى للسائل .

ويسمى أحيانا الإجهاد الحجمى بالإجهاد الانضغاطى .

٢- الانفعال Strain

يعرف الانفعال بـ

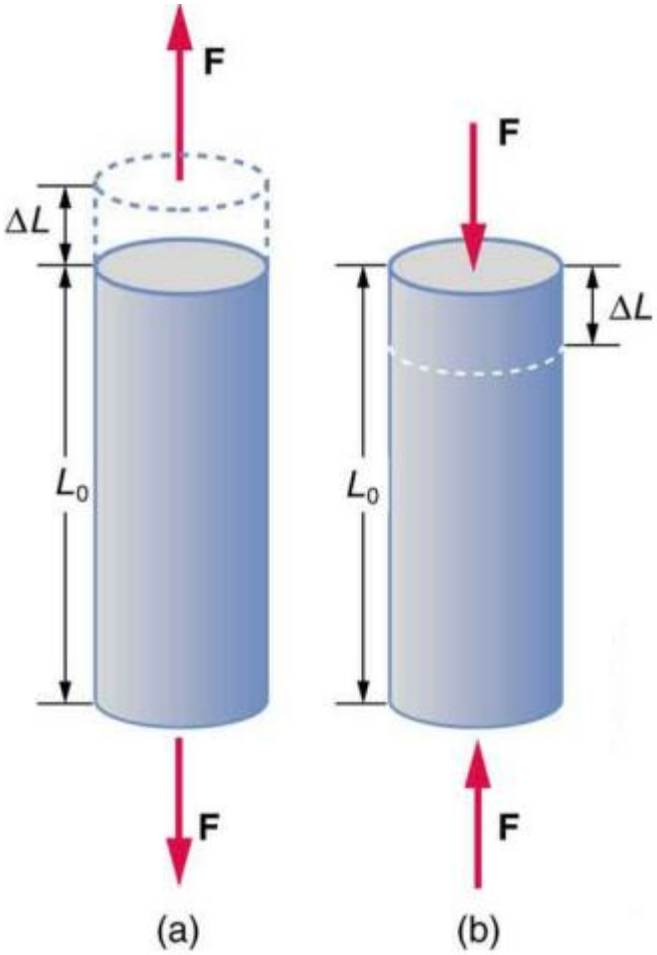
١ – إستجابة المادة للقوة المؤثرة عليها قد يكون تغير فى الطول أو الحجم أو الشكل.

٢- التغير النسبي الحادث في أبعاد المادة , أو التغير فى الطول بالنسبة إلى الطول الاصلي أو التغير فى الحجم بالنسبة للحجم أصلي .

ويقاس الإنفعال الحادث للجسم بالتغير الطارئ على وحده البعد الذى يطرأ عليه التغير سواء كان هذا البعد طولا أو حجما أو زاوي

- نلاحظ هنا أن الانفعال ليس له وحدة لانه نسبة بين طولين أو حجمين.

١- الانفعال الطولي

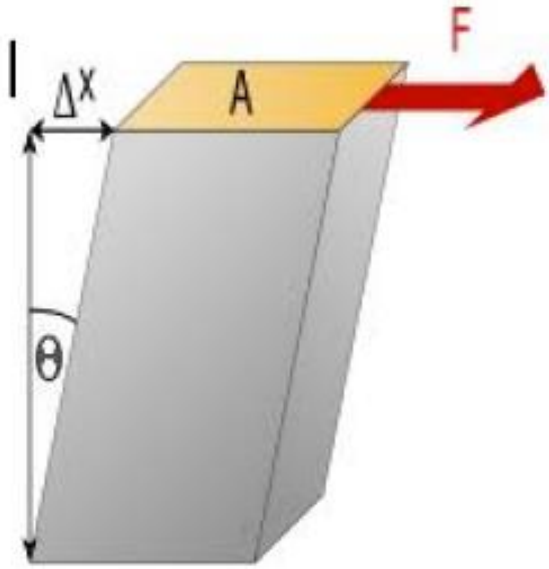


هو النسبة بين التغير في الطول **ΔL** إلى الطول الأصل **L_0**

$$e = \frac{\Delta L}{L_o} = \frac{L - L_o}{L_o}$$

٢- انفعال قصي (سطحي)

لو فُرضنا أن مكعبا من المطاط المرن، طول ضلعه L م قد ثبت سطحه السفلى تثبيتا محكما فى سطح المنضدة، ثم أثرنا على سطحه الأعلى بقوة سطحية.



يعرف الانفعال القصي بـ النسبة بين الإزاحة X المتحققة عند الركن A إلى طول h:

$$e = \frac{X}{h}$$

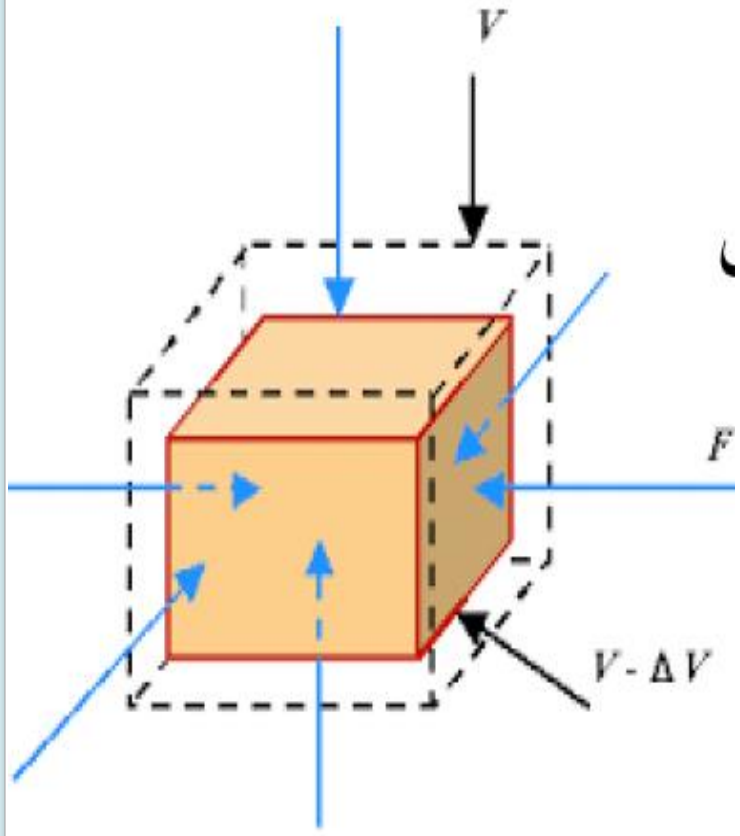
$$\tan\theta = \frac{X}{h}$$

وتعرف θ بالزاوية نصف قطرية و تسمى زاوية القص.

عندما تكون الزاوية صغيرة فإن ظل الزاوية يساوى الزاوية نفسها أى أن

$$e = \frac{X}{h} = \theta$$

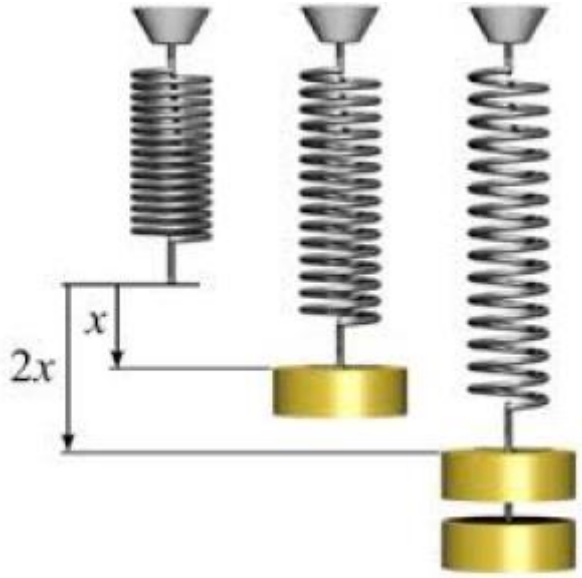
٣- انفعال حجمي



هو النسبة بين التغير في الحجم ΔV إلى الحجم الأصلي V_0

$$e = \frac{\Delta V}{V_o} = \frac{V - V_o}{V_o}$$

١٢-٣قانون هوك Hook's Law



كما فى الشكل السابق إذا أثرنا على سلك طولة **L** بقوة **F** فإنه يحدث له إستطالة مقدارها **x** وكلما زادت القوة تزداد معها الإستطالة أى أن القوة دالة فى الإستطالة وتكتب بالشكل التالى $F(x)$.

ينص قانون هوك :

"يتناسب الإنفعال الحادث فى المادة المرنة، تناسبا طرديا مع الإجهاد الذى يؤثر فيها، بشرط ألا تتعدى المادة حدود مرونتها" .

- وبهذا يمكن التعبير عن قانون هوك رياضيا، كما يلى :

الإجهاد= ثابت xالإنفعال

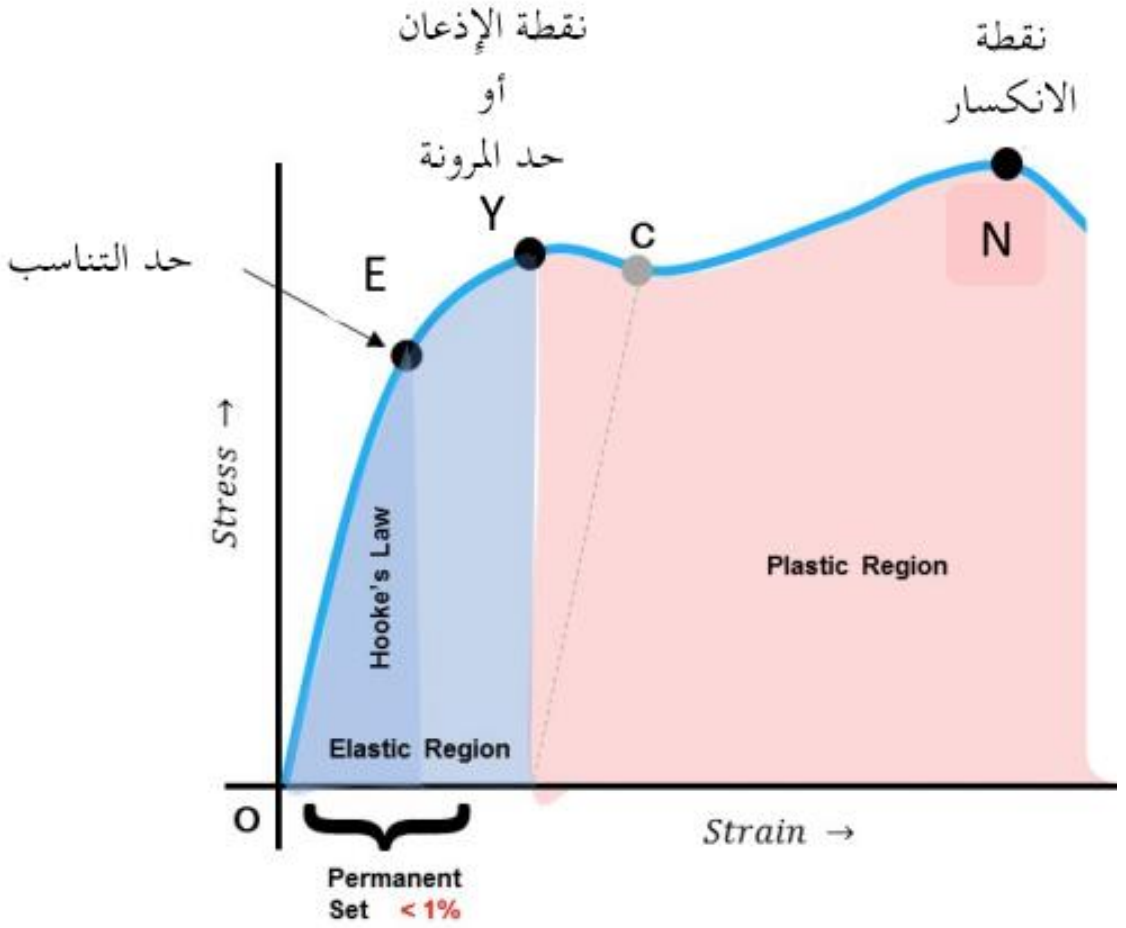
$$F(x)=-kx$$

حيث :

يسمى بثابت القوة للمادة أو ثابت هوك **K**

قانون هوك Hook's Law

العلاقة بيانيا بين الثقل و الاستطالة (أو العلاقة بين الاجهاد والانفعال) وتصنيف المواد



شرح التمثيل البياني:

- المرحلة الأولى OE مرحلة المرونة وفيها تخضع المادة إلى قانون هوك) حيث الانفعال يتناسب طرديا مع الاجهاد (وتحتفظ فيها المادة بكامل مرونتها ويكون لديها القدرة التامة على استرجاع شكلها الأصلي وتسمى النقطة E بحد التناسب .
- المرحلة الثانية مرحلة اللدانة EY وفيها لا تستطيع المادة استرجاع كامل شكلها الاصلي ولكن يحدث تشوهات قليلة فى شكل المادة بعد زوال القوة المؤثرة عليها .
- المرحلة الثالثة مرحلة الإذعان YC وفيها نلاحظ زيادة الانفعال رغم ثبوت الاجهاد وفى هذه المرحلة لا تخضع المادة إلى قانون هوك و لا تستطيع المادة استرجاع شكلها الاصلي بعد زوال القوة المؤثرة عليه .
- المرحلة الرابع مرحلة القطع CN وفى هذه المرحلة تحدث تشوهات كبيرة فى المادة تؤدى فى النهاية إلى القطع أو الانكسار .

- حد المرونة : إذا تجاوزت القوى المؤثرة على الجسم الصلب هذا الحد – مهما كان نوعه – أكسبته تشوها دائما
- قانون هوك : مقدار التشوه الحاصل في الاجسام المرنة(استطالة أو انضغاط أو قص) يتناسب طرديا مع القوة المؤثرة ضمن حد المرونة .

تصنيف المواد حسب استجابتها للقوى الخارجية :

١ـ المواد القابلة للسحب : Ductile Materials

عندما تتعرض المادة لقوة تتباعد جزئياتها قليلا و تهتز حول مواقع اتزان جديدة و تربطها قوة تجاذب وعند زوال القوة الخارجية تعود جزئيات المادة إلى مواقع توازنها الأصلي .

من أمثلتها: النحاس و الحديد والمطاط

٢- المواد القصيفة :BrttileMatrials

تتعرض هذه المواد إلى الكسر عند تجاوز حد المرونة لا تمتلك الخاصية اللدنة.

من أمثلتها الزجاج

معاملات المرونة

- يتناسب الانفعال مع الاجهاد المسبب له تناسباً طرديا , تسمى هذه النسبة بمعامل المرونة .
- معامل المرونة = الاجهاد / الانفعال
- يقاس بنفس وحدة الاجهاد .
- تنقسم معاملات المرونة إلى ثلاث أقسام تعتمد فيه على حسب أنواع الاجهاد و الانفعال :

المعامل	اسم آخر له	تعريفه
Young's Modulus	معامل المرونة الطولي	يقيس مقاومة الجسم الصلب للتغير في الطول
Shear Modulus	معامل المرونة القصي أو الشكلي	يقيس مقاومة حركة المستويات المنزلقة فوق بعضها البعض
Bulk Modulus	معامل المرونة الحجمي	يقيس مقاومة الجسم الصلب أو السائل للتغير في الحجم

١- معامل يونج (معامل المرونة الطولي)

اكتشف العالم يونج أن النسبة بين الاجهاد الانفعال فى مرحلة المرونة للمادة المرنة تساوي دائما مقدارا ثابتا للمادة الواحدة .

$$Y = \frac{S}{e} = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta L}{L}} = \frac{F\,L}{A\,\Delta L} \qquad N/m^2$$

٢- معامل المرونة القصي أو معامل الصلابة

- و هو النسبة بين القوة المماسية المؤثرة على واحدة المساحة و زاوية القص

$$G = \frac{S_s}{e_s} = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{X}{h}} = \frac{F}{A\,\theta} \qquad N/m^2$$

٣- معامل المرونة الحجمي و معامل الانضغاطي

- هو المعامل الذي يربط بين ازدياد الضغط و نقص الحجم المقابل له :

$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V / V}$$

- الاشارة السالب تدل على نقصان الحجم مع زيادة الضغط .
- يعتمد هذا العامل على توزيع الجزئيات ففي حالة الجامد تكون كبيرة و صغيرة في حالة السائلة و أصغر في حالة الغاز.
- و يسمى مقلوب معامل المرونة الحجمي بمعامل الانضغاطي(في الغاز يكون أكبر مايمكن):

$$K = \frac{1}{B} = -\frac{\Delta V / V}{\Delta P}$$

		الاجهاد	الانفعال	معامل المرونة
		القوة المؤثرة على وحدة المساحات	إستجابة المادة للقوة المؤثرة عليها	النسبة بين الاجهاد والانفعال
الطولي	التعريف	القوة المؤثرة عاموديا على وحدة المساحات	النسبة بين التغير في الطول أو الاستطالة إلى الطول الأصلي	معامل يونج:يقيس مقاومة الجسم الصلب للتغير في الطول
	رياضيا	$S=F/A$	$e=\Delta L/L_0$	$Y=S/e=FL_0/\Delta LA$
السطحي(القصي)	التعريف	القوة المماسية التي تؤثر على وحدة المساحة	النسبة بين الازاحة الحاصلة والارتفاع	يقيس مقاومة حركة المستويات المنزلقة فوق بعضها البعض
	رياضيا	$S_s=F/A$	$e_s=X/h=\theta$	$G=S_s/e_s=Fh/XA=F/A\theta$
الحجمي	التعريف	الزيادة في القوة التي تؤثر على وحدة المساحات من السطح الكلى للجسم أو يعرف بأنه الزيادة في الضغط ΔP.	النسبة بين التغير في الحجم إلى الحجم الأصلي	يقيس مقاومة الجسم الصلب أو السائل للتغير في الحجم
	رياضيا	$S_s=F/A=\Delta P$	$e=\Delta V/V_0$	$B=S/e=-\Delta P/(\Delta V/V_0)$

مثال (١)

أثرت قوة مقدارها 2500 N على سلك معدني طوله 10 m وقطره 3.5 mm فاستطال بمقدار 0.5 cm فاحسب (أ) الإجهاد (ب) الإنفعال (جـ) معامل ينج

$$F = 2500 \ N \quad , \quad L = 10 \ m$$

$$2r = 3.5 \ mm = 3.5 \ x \ 10^{-3} \ m \quad , \therefore \ r = 1.75 \ x \ 10^{-3} \ m$$

$$\Delta L = 0.5 \ cm = 0.5 \ x \ 10^{-2} \ m$$

$$A = \pi r^2 = 3.14 x 1.75 \ x \ 10^{-3} \ x \ 1.75 \ x \ 10^{-3} = 0.096 \ x 10^{-4} \ m^2$$

$$S = \frac{F}{A} = \frac{2500}{0.096 \ x 10^{-4}} = 2.6 \ x \ 10^{8} \quad N/m^2$$

$$e = \frac{\Delta L}{L}$$

$$= \frac{0.5 \ x \ 10^{-2}}{10} = 0.5 \ x \ 10^{-3} \qquad Y = \frac{S}{e} = \frac{2.6 \ x \ 10^{8}}{0.5 \ x \ 10^{-3}} = 5.2 \ x \ 10^{11} \ N/m^2$$

مثال (٢)

وضعت قطعة من النحاس على شكل متوازي مستطيلات أبعاده (4 cm)،(3cm)،(2cm) داخل اسطوانة مملوءة بالزيت ، بفرض أن ضغط الزيت ازداد من (10 atm) إلى (110 atm) ، فإذا علمت أن معامل المرونة الحجمي للنحاس يساوي($13\times10^{10}N/m^2$)،و أن الضغط الجوي النظامي ($1.013\times10^5N/m^2$)

فاحسبي (أ) الإجهاد (ب) الإنفعال (جـ) التغير في حجم القطعة

١- الاجهاد المؤثر على قطعة النحاس = التغير في الضغط

$$\Delta P=110-10=100\ atm$$

$$\Delta P=100\times1.013\times10^5=1.013\times10^7N/m^2$$

$$e = \frac{\Delta V}{V_0} = -\frac{\Delta P}{B} \leftarrow \boxed{B = -\frac{\Delta P}{\Delta V / V_0}}$$

٢- من المعادلة :

$$\Downarrow$$

الانفعال :

$$e = -\frac{1.013 \times 10^7}{13 \times 10^{10}} = -0.078 \times 10^{-3}$$

٣- التغير في حجم قطعة النحاس: من المعادلة

$$\leftarrow e = \frac{\Delta V}{V_0}$$

$$\Delta V = e \times V_0 \rightarrow$$

$$= -0.078 \times 10^{-3} \times (4\times10^{-2}\times3\times10^{-2}\times2\times10^{-2}) = -1.872\times10^{-9}\ m^3$$

مثال (٣)

قوة مماسية قيمتها (300N) أثرت مماسياً على السطح العلوي لمتوازي المستطيلات ارتفاعه (5 cm)،و مساحة سطحه العلوي($25\ cm^2$) ، فإذا علمت أن قاعدة الشكل غير قابلة للحركة فاحسبي:

فاحسبي (أ) إجهاد القص (ب) إنفعال القص (جـ) الإزاحة الناتجة في اتجاه القوة مع العلم أن معامل المرونة القص لمادة الجسم هي ($4.5\times10^{10}N/m^2$)

١- إجهاد القص من المعادلة:

$$\frac{F}{A} = \frac{300}{25 \times 10^{-4}} = 12 \times 10^4\ \mathrm{N/m^2}$$

٢- إنفعال القص من المعادلة:

$$G = \frac{F}{A.\emptyset} \Rightarrow \emptyset = \frac{F}{A.G}$$

$$\emptyset = \frac{300}{(25 \times 10^{-4})(4.5 \times 10^{10})} = 2.67 \times 10^{-6}\mathrm{radian}$$

٣- الازاحة الناتجة في اتجاه القوة:

$$\emptyset = \frac{X}{h}$$

$$x = \emptyset . l = (2.67 \times 10^{-6}) \times (5 \times 10^{-2})$$
$$= 13.35 \times 10^{-8}\ m$$

مثال (٤)

في تجربة لقياس معامل ينج للفولاذ، علق جسم وزنه 10 كيلو نيوتن بسلك من الفولاذ طوله 4 متر ومساحة مقطعه 1 سم^{٢} فزاد طول الجسم بمقدار 0.1 سم احسب كل من:

١ـ الإجهاد ٢ـ الانفعال ٣ـ معامل ينج

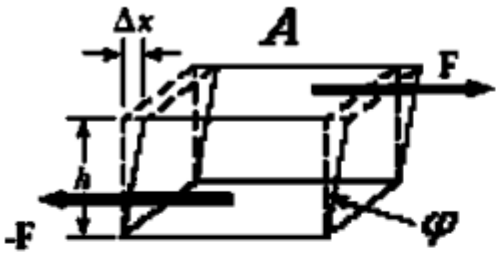
الحل:

(١) $$S=\frac{F}{A}=\frac{10\times10^{3}}{1\times10^{-4}}=10^{8}\ \ \mathrm{N/m^{2}}$$

(٢) $$e=\frac{\Delta\ell}{\ell_{o}}=\frac{0.1\times10^{-2}}{4}=2.5\times10^{-4}$$

(٣) $$\therefore\ Y=\frac{10^{8}}{2.5\times10^{-4}}=4\times10^{11}\ \ \mathrm{N/m^{2}}$$

مثال (٥)



مكعب طول ضلعه 10 سم، تؤثر فيه قوة قص قدرها 1000 كيلو نيوتن، مما سبب إزاحة قدرها 0.03 سم للجانب العلوي بالنسبة للجانب السفلي. احسب قيمة معامل القص.

الحل:

$$S = \frac{F_t}{A} = \frac{1000 \times 10^3}{0.1 \times 0.1} = 10^8 \text{ N/m}^2$$

$$e = \tan\varphi = \frac{X}{h} = \frac{0.03}{10} = 0.003$$

$$G = \frac{10^8}{0.003} = 3.33 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$$

Xهي مقدار الازاحة."
hطول ضلع المكعب أو الوجه.
الانفعال الحادث هنا عبارة عن زاوية
Gالمعامل القصي"المماسي"

مثال (٦)

سلك من النحاس فى وضع رأسى طوله ١.٢ م و قطره ٠.٠٨٢م مثبت من طرفه العلوى و معلق فى نهاية طرفه الأخر ثقل قدره 3.5 كيلوجرام.

أوجد قيمة:

الإِجهاد المؤثر على السلك؟

الإِستطاله الحادثه فى طول السلك؟

الإِنفعال الناتج فى جسم السلك؟

بمعلومية أن معامل يونج لمادة السلك $= 1.2 \times 10^{13}\ N/m^2$ وعجلة الجاذبيه الأرضيه ٩.٨ م/ث

مثال (٧)

وضعت قطعه من النحاس عرضها 3 سم و طولها 4 سم وارتفاعها 4 سم داخل اسطوانه من الصلب مملوءة بالزيت . فإذا ازداد ضغط الزيت من 1 ضغط جوى الى 101 ضغط جوى . أوجدي :

1- الإجهاد

2- الإنفعال

3 التغيرفى حجم قطعة النحاس . بمعلوميه أن معامل المرونه الحجمى للنحاس يساوى

$1.4 \times 10^{13}\ N/m^2$.

مثال (٨)

أثرت قوه مماسيه قدرها ٠.٠٤ نيوتن على السطح العلوى لمستطيل من الصلب ارتفاعه ٥سم و مساحة سطحه العلوى ١٥ سم٢ . فإذا علم أن قاعدة المستطيل غير قابله للحركه أوجد :

١-إجهاد القص؟

٢-انفعال القص؟

٣-الازاحه الناتجه فى اتجاه القوه؟

حل ١٢-٧ أمثلة صفحة ٣٧٧

أمثلة رقم ١,٢,٥,٦