الفصل السّادس - قانون حفظ الطّاقة

2-6) القوى المُحافِظة وغير المُحافِظة:

يُوجد نوعان رئيسان من القوَى:

الأولى "قوى مُحافِظة" ، وهي: "القوى التي يعتمد الشّغل الناتج عنها على موقعي الجسم الابتدائي والنهائي فقط مهما كان المسار المسلوك

أمّا "القوى غير المُحافِظة" فهي التي يعتمد فيها "الشّغل" على المسار المسلوك، ومثالها قوى الاحتكاك

5-6) القُـدْرة:

تُعرّف القُدْرة بأنّها: الشّغل المبذول خلال وحدة الزمن، القُدرة "كميّة قياسيّة"،حيث تُقاس بوحدة الوات Watt (W) . $(W = \frac{J}{s} = kg.m/s^2)$

$$\overline{P} = \frac{W}{\Delta t}$$

القُدْرة اللحظيّة تعرف بانها $P = \frac{dW}{dt} = \mathbf{F}\frac{d\mathbf{s}}{dt} = \mathbf{F} \cdot \boldsymbol{v}$

علما بان الطّاقة الكهربائية تُقاس بوحدة كيلووات.ساعة وهي تساوي = 1 kWh
$3.6MJ = 3.6 \times 10^6 J$

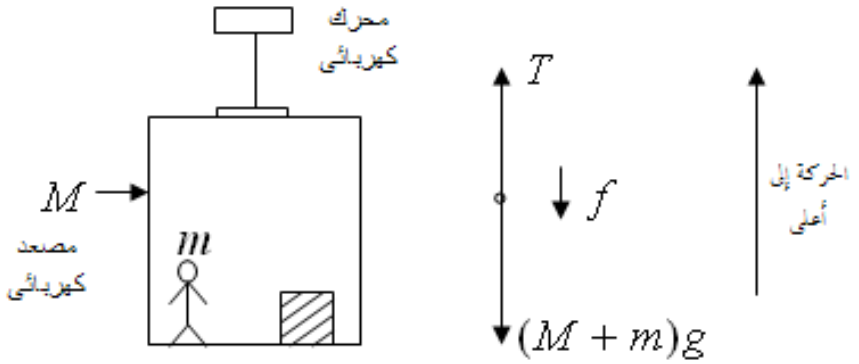
(التغيّر في الطّاقة الحركيّة) + (التغيّر في طاقة الوضع) = ناتج الشغل المبذول وهذه صيغة عامّة لـ"قانون حفظ الطّاقة" في الميكانيكا

$$(\frac{1}{2}m\boldsymbol{v}_f^2 - \frac{1}{2}m\boldsymbol{v}_i^2) + (mg\mathbf{h}_f - mg\mathbf{h}_i) = W$$

أمـثلة مـحلولة:

مـــثال (6–1):

لدينا مصعـــد كهربائـــي يتحرّك إلى أعلى بسرعة قـــدْرها 3m/s وكتلتـــه 10^3kg، وبداخلهِ كتلة أخرى مقدارها 800kg كما هو موضّح في شكل (6–2)، فإذا كانت قوةُ الاحتكاك الإجماليّة 4000N



فاحسب:

أ) أقلّ قُدرة لازمة لتحريك المصعد إلى أعلـــى بوحـــدتي الكيلـــووات والحصان.

ب) قوة الشدّ اللازمة ليُصبح تسارع المصعد $1\ m/s^2$.

الحـــل:

أ) نظراً لأنّ المصعد يتحرّك بسرعة ثابتة فإن:

$$\mathbf{T} - \mathbf{f} - (M + m)\,\mathbf{g} = 0$$

أيْ أنّ: $\mathbf{T} = \mathbf{f} + (M + m)\mathbf{g}$

$$\mathbf{T} = 4000 + (1000 + 800) \times 9.8 = 2.16 \times 10^4 \text{ N}$$

وهي تمثلُ قوة الشدّ إلى أعلى، وبالتالي نحسب "القُدْرة" حسب العلاقة (6-7)، فنكتب:

$$P = \mathbf{T} \cdot \boldsymbol{v} = \mathbf{T} \cdot \boldsymbol{v} = (2.16 \times 10^4)\,(3) = 6.49 \times 10^4 \text{ W}$$

$$P = 64.9 \text{ kW} = 87 \text{ hp}$$

ب) أمّا قوة الشدّ عندما يُصبح التسارع الإجمالي $1 m/s^2$، فتُحسب على النحو التالي:

$$\mathbf{T} - \mathbf{f} - (M + m)\,\mathbf{g} = (M + m)\,\mathbf{a}$$

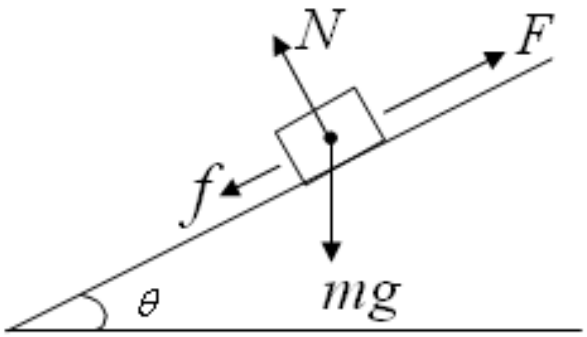
$$\mathbf{T} = (M + m)\,(\mathbf{a} + \mathbf{g}) + \mathbf{f}$$

$$\mathbf{T} = 1800\,(1 + 9.8) + 4000$$

$$\mathbf{T} = 2.34 \times 10^4 \text{ N}$$

مـــثال (6–3):

(أ) إذا كانت قوة الاحتكاك الموضّحة في شكل (6–3)



شكل (6–3)

تُعطى بالعلاقة:

$$|\underset{\sim}{f}| = (218 + 0.7\,v^2) \qquad \text{N}$$

فاوجد قُدْرة المحرّك الإجماليّة اللاّزمة لتحريك العجلات بســـرعة v علـــى طريقٍ يميل عن الأفق بزاوية θ.

(ب) إذا كانت $a = 1\text{m/s}^2$ ، $m = 1450\text{ kg}$ ، $v = 27\text{ m/s}$ ،

$\theta = 10^\circ$، فاحسب القُدْرة الإجماليّة للمحرّك في هذه الحالة.

الحـــل:

أ) بتطبيق "قانون نيوتن الثاني":

$$\Sigma F_x = F - |f| - mg\sin\theta = ma$$

$$F = ma + mg\sin\theta + |f|$$

$$F = ma + mg\sin\theta + (218 + 0.7v^2)$$

$$P = Fv = mva + mvg\sin\theta + 218v + 0.7v^3$$

ب)

$$mva = 1450 \times 27 \times 1 = 39\ kW = 52\ hp$$

$$mvg\sin\theta = 1450 \times 27 \times 9.8 \sin 10^\circ = 67\ kW = 89\ hp$$

$$218v = 218 \times 27 = 5.9\ kW = 7.9 ghp$$

$$0.7v^3 = 0.7(27)^3 = 14 kW = 18 hp$$

أيّ أنّ القُدْرة على سطحٍ مائل هي:

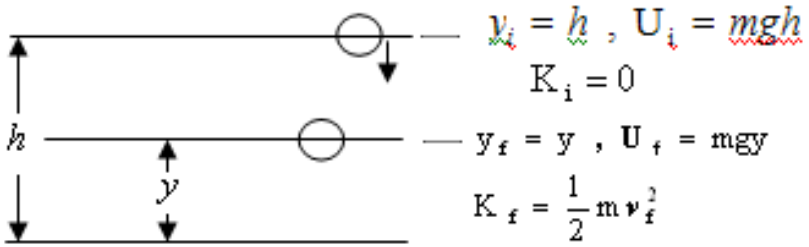
$$P = 39 + 67 + 5.9 + 14 = 126\ kW = 167\ hp$$

أمّا القُدْرة على سطحٍ أفقي فهي:

$$P = 5.9 + 14 = 20\ kW = 26\ hp$$

مـــثال (6–7):

أوجد نظريّاً السرعة النهائيّة لكُرة تسقط سقوطاً حراً كما هو موضّح في شكل (6–7).



شكل (6–7)

الحـــل:

إنّ مُعطيات هذه المسألة هي:

$$y_i = h \ , \ U_i = mgh$$
$$K = 0$$
$$y_f = y, \ U_f = mgy$$
$$K_f = \frac{1}{2} m v_f^2$$

بتطبيق "قانون حفظ الطّاقة"، فإنّ:

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$
$$0 + mgh = \frac{1}{2} m v_f^2 + mgy$$

و بالتالي:

$$v_f = \sqrt{2g\ (h - y)}$$

أمّا إذا كانت السرعة الابتدائيّة لا تساوي صـــفراً. أيْ $(v_i \neq 0)$، فإنّ:

$$\frac{1}{2}\,m v_i^2 + m g h = \frac{1}{2}\,m v_f^2 + m g y$$

وبالتالي:

$$v_f = \sqrt{v_i^2 + 2g(h - g)}$$