الفصل الخامس ـ الشّغل والطّاقة

2-5) الشّغل الناتج عن قوة ثابتة:

إذا أثّرت قوة ثابتة على جسم ما فإنّه ينتج عنها شغل عندما يتحرّك الجسم مسافة معينة ويكون "الشّغل" المبذول لتحريك الجسم هو:

$$W = \mathbf{F}.\ \mathbf{S} \qquad\qquad W = F.\ S.\ \cos\theta$$

إذا كانت $\theta = 0$، فإنّ $W = F.\ S$ تكون أكبر ما يُمْكن، أيّ أنّ اتّجاه "القوة" يوازي اتّجاه "الإزاحة". أمّا إذا كانت ، فإنّ "الشّغل" يساوي صفراً، وتحدّد الزاوية θ ما إذا كان "الشّغل" موجباً أو سالباً.

الشّغل الناتج عن نابض

حيث **x** هي "الإزاحة" ، k هو "ثابت النابض

$$W_F = \frac{1}{2} k.x^2{}_{\max}$$

5-5) الطّاقة الحركيّـة:

إذا أثّرت قوّةٌ ثابتةٌ على جسمٍ متحرّك بسرعةٍ ابتدائيّةٍ $\boldsymbol{v}_i$، فإنّها تُغيّرُ سرعته لِتُصبحَ $\boldsymbol{v}_f$. أيّ أنّ "الشّغل" المبذول على الجسمِ يســاوي التغيّر في الطّاقة الحركيّة للجسم .

$$W = \Delta K = \frac{1}{2}\, m \boldsymbol{v}_f^2 - \frac{1}{2}\, m\, \boldsymbol{v}_i^2$$

6-5) طاقة الوضع (الطّاقة الكامنة):

عندما تُرْفع كتلة m مسافة قدرها h، فإنّها تكتسبُ "طاقة وضع" تُعطى بالعلاقة التالية:

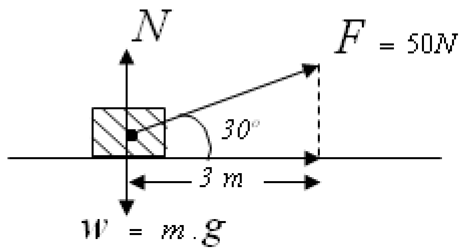
$$PE = U = m.g.h$$

الطّاقة الكامنة، وهي تُمثّل "الشّغل" الذي يُمْكن للجسم أنْ يبذله بسبب موضعه.

7-5) أمـثلة مـحلولـة:

مـثال (5-1):

احسب الشّغل الذي تبْذلهُ قوّة مقدارُها 50N وتميلُ بزاوية 30^o عن الأفق لتحريك جسمٍ مسافة قدْرها 3m كما هو موضّح في شكل



$$W_F = (F\cos\theta).S = (50)(\cos 30^o)(3)$$

$$W_F = 130\ N.m = 130\ J$$

مـثال (5-3):

إذا كانت الإزاحة والقوة هما:

$\mathbf{S} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ m , $\mathbf{F} = 5\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ N

فاحسب:

a) مقدار الإزاحة والقوة.

b) الشّغل الناتج.

c) الزاوية بين الإزاحة والقوة.

الحـل:

أ)

$$\mathbf{S} = \sqrt{\mathbf{x}^2 + \mathbf{y}^2} = \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = 3.6 \text{ m}$$

$$\mathbf{F} = \sqrt{\mathbf{F}_x^2 + \mathbf{F}_y^2} = \sqrt{(5)^2 + (2)^2} = 5.4\text{N}$$

ب)

$$\mathrm{W} = \mathbf{F}.\ \mathbf{S} = (2\mathbf{i} + 2\mathbf{j})\ (5\mathbf{i} + 2\mathbf{j})$$

$$\mathrm{W} = 10 + 0 + 0 + 6 = 16\ \mathrm{Nm} = 16\ \mathrm{J}$$

ج) لحساب الزاوية θ بين متَجهي "الإزاحة" و"القوة":

$$\cos\theta = \frac{\mathbf{F}\ .\ \mathbf{S}}{\mathrm{F}\ .\ \mathrm{S}} = \frac{\mathrm{F_x x + F_y y + F_z z}}{|\mathrm{F}|\ .\ |\mathrm{S}|}$$

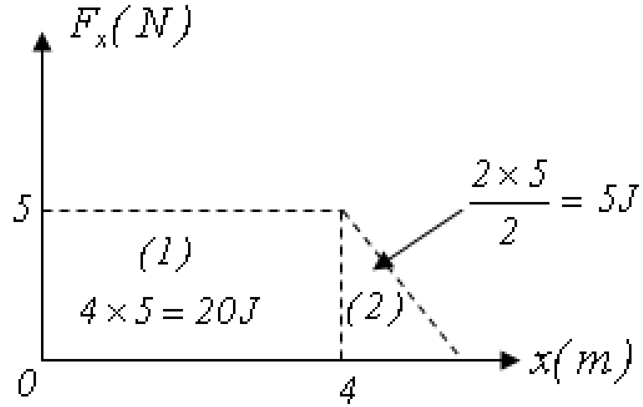
$$\cos\theta = \frac{(5 \times 2) + (2 \times 3) + 0}{(3.6 \times 5.4)} = \frac{10 + 6}{19.44} = \frac{16}{19.44} = 0.823$$

$$\theta = 34.6^\circ$$

مـثال (4-5):

احسب الشّغل الذي يقومُ بهِ الجسمُ المتحرّك من $x = 0$ إلى $x = 6m$ وذلك حسب المُخطّط الموضّح في شكل

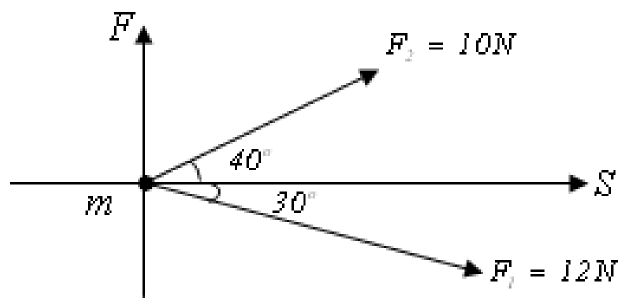
الحـل:



تُحسب المساحة (1) ، والمساحة (2) ، وبجمْعهما نحصلُ على الشّغلِ الكلّي. أيّ أنّ:

$$(4 \text{ x } 5) + \left(\frac{2 \text{ x } 5}{2}\right) = 20 + 5 = 25 \text{ J}$$

مثال (5-5):
يحملُ رجلان ثقلاً كتلته 225kg بقوّتين $\mathbf{F_1} = 12N$, $\mathbf{F_2} = 10N$ وذلك لمسافة قدْرها 8.5m كما هو موضّح في الشكل احسب:
أ) الشّغل الكلّي.
ب) الشّغل الناتج عن قوة الجاذبيّة $\mathbf{W_g}$ ، والشّغل الناتج عن القوة العموديّة $\mathbf{W_N}$.
ج) السرعة خلال الإزاحة السابقة 8.5m.



الحل:
أ) $W = F.\ S.\ \cos\theta$

$$W_1 = 12 \times 8.5 \times \cos 30^o = 88.33\ J$$

$$W_2 = 10 \times 8.5 \cos 40^o = 65.11\ J$$

$$W = W_1 + W_2 = 88.33 + 65.11 = 153.44 J$$

ب) $W_g = mg\ s\ \cos 90^\circ = mgs\ (0) = 0$

وكذلك: $W_N = N.S.\ \cos 90^\circ = N\ s\ (0) = 0$

ج) $W = K_f - K_i$

$$W = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$v_i = 0\ ,\quad W = \frac{1}{2} m v_f^2$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 153.44}{225}} = 1.17\ m/s$$

مثال (5-7):

ينطلقُ مِسْبار فضائي يُستخدم لأغراضِ المهمّات العلميّة المختصّة في إرسالِ الصور الفضائيّة من الكواكبِ والشمس والنجوم وغيرها، فإذا كانت كتلته 5×10^4 kg وسرعته $v_i = 1.1 \times 10^4$ m/s، والقوة المحرّكة له 4×10^5N، وكانت المسافة التي يقطعها هي 2.5×10^6 m، فأوجدْ السرعة النهائيّة للمِسْبار.

الحل:

$$W = (F.\cos\theta) \,.\, S = (4 \times 10^5) \cos 0^o \times 2.5 \times 10^6$$

$$W = 1 \times 10^{12}\ J$$

وبما أنّ التغيّر في "الطّاقة الحركيّة" هو: $W = K_f - K_i$

$$K_f = W + K_i = (1 \times 10^{12}) + \frac{1}{2} \times 5 \times 10^4 \times (1.1 \times 10^4)^2$$

$$K_f = 4.03 \times 10^{12}\ J$$

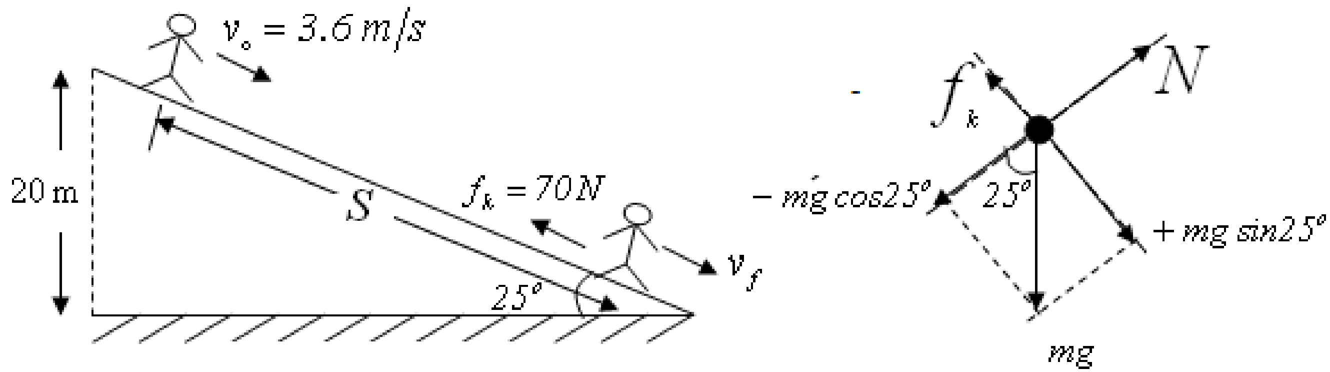
$$K_f = \frac{1}{2} m v_f^2 \,,\quad v_f = \sqrt{\frac{2k_f}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times (4.03 \times 10^{12})}{5 \times 10^4}}$$

$$v_f = 1.27 \times 10^4\ m/s$$

مـثال (8-5):

ينزلقُ رياضي تزلّج بسرعة ابتدائيّة قدْرها 3.6m/s من ارتفاع قــدْره 20m، وذلك على سطحٍ جليدي زاوية ميله 25^0 ، فإذا كانت كتلته 58kg، وكانت قوة الاحتكاك هي 70N. فاحسب السرعة النهائيّة عند مسافة قدرها 57m.

الحـل:



ونجد أنّ:

$$F_x = mg \sin 25^o - f_k$$

$$F_x = 58 \times 9.8 \times \sin 25° - 70 = +170 \text{ N}$$

وبالتالي فإنّ الشّغل الناتج عن القوة المؤثّرة على المحور السيني هو:

$$W_F = F_x . S = 170 \times 57$$

$$W_F = 9690 \text{ J}$$

أمّا الشّغل الناتج عن قوة الجاذبيّة فهو:

$$W_g = mgh = 58 \times 9.8 \times 20 = 11368 \text{J}$$

وباستخدام المعادلة (5-9)، فإنّ:

$$\sum W = \Delta K$$

$$W_F + W_g = K_f - K_i$$

أمّا السرعة النهائيّة فتُحسبُ كما يلي:

$$K_f = 21{,}058 \text{ J}, \ v_f = \sqrt{\frac{2K_f}{m}} = 26.95 \text{m/s}$$

مـثال (9-5):

يلعبُ رياضيّ ألعاب قوى (جمباز) كتلته 48kg على جهاز القَفْزِ من ارتفاع $h_o = 1.2m$ ، ليقفزَ إلى ارتفاعٍ قدْره $h = 4.8\ m$ قبلَ أنْ يعودَ إلى أسفل

احسب:

a) السرعة الابتدائيّة ***v*** للرياضيّ.

b) السرعة النهائيّة للرياضيّ على ارتفاع 3.5m.

الحل:

أ) الشغل الناتج عن قوة الجاذبيّة:

$$W_g = mg\,(h_o - h_f)$$
$$= 48 \times 9.8 \times (1.2 - 4.8)$$
$$= -\,1690\ J$$
$$W_g = -\,1690\ J$$

$$W = K_f - K_i = 0 - K_i = -\frac{1}{2} m v_0^2$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{-2W}{m}} = \sqrt{\frac{-2 \times -1690}{48}} = 8.39 \ m/s$$

ب) بما أنّ $h = 3.5\ m$، فإنّ:

$W_g = mg\,(h_o - h_f)$

$W_g = 48 \times 9.8 \times (4.8 - 3.5)$

$W_g = 612\ J$

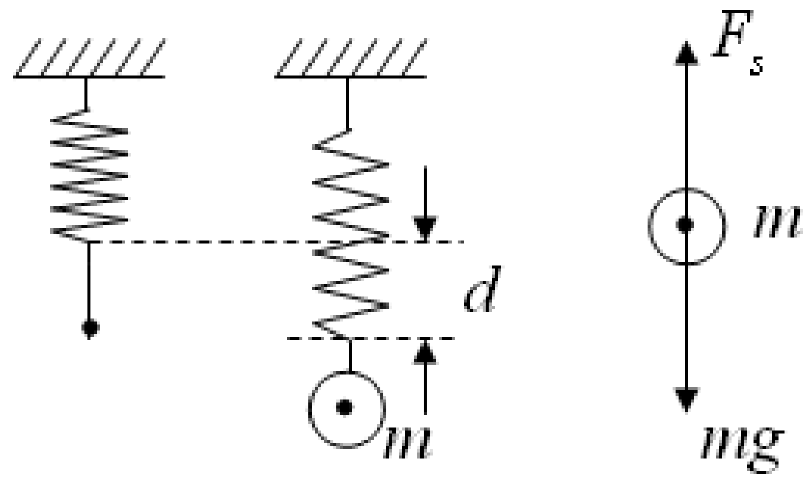
$$v_f = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 612}{48}} = 5.05 \ m/s$$

مثال (10-5):

احسب ثابت النابض للمُعطيات التالية: $m = 0.55kg\ ,\ d = 2 \times 10^{-2}\ m$، وذلك كما هو موضّح في شكل

الحل:

$|\ F_s\ | = kd = mg$



$$k = \frac{mg}{d} = \frac{0.55 \times 9.8}{2 \times 10^{-2}} = 2.7 \times 10^{2}\ N/m$$

مـثال (5-11):

لدينا كتلة مقدارُها 6kg تؤثّر فيها قوة 12N، وتنتقلُ مسافةً قدْرها 3m. احسب "الشّغل الكلّي" و"السرعة" و"التسارع".

الحـل:

الشّغل الكلّي: $\mathbf{W} = \mathbf{F}.\ \mathbf{S} = 12 \text{ x } 3 = 36 \text{ J}$

$$W = K_f - K_i = K_f = \frac{1}{2} m v_f^2 - 0$$

إنّ $K_i = 0$ لأنّ الجسم ثابت في بدء الحركة. أيّ أنّ:

$$v_f^2 = \frac{2W}{m} = \frac{2 \text{ x } 36}{6} = 12 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

وبالتالي تكون السرعة:

$$v_f = \sqrt{12} = 3.5 \text{ m/s}$$

أمّا التسارع:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2\mathbf{as}$$

$$\mathbf{a} = \frac{v_f^2}{2\mathbf{s}} = \frac{12}{2 \text{ x } 3} = 2 \text{ m/s}^2$$

مثال (12-5):

لدينا سطح خشن يتحرّك عليه الجسم المذكور في المثال السابق بدءاً من السكون، فإذا كان معامل الاحتكاك 0.15، فاحسب التغيّر في طاقته الحركيّة وسرعته النهائيّة.

الحل:

$$\mathbf{f} = \mu\mathbf{N} = \mu m\mathbf{g}$$

$$\mathbf{F}_{net} = \mathbf{F} - \mu m\mathbf{g}$$

$$\mathbf{F}_{net} = 12 - (0.15 \times 6 \times 9.8)$$

$$\mathbf{F}_{net} = 3.18\mathrm{N}$$

$$\Delta K = \mathbf{F}_{net} \,.\, \mathbf{S} = 3.18 \times 3 = 9.54 \text{ J}$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} m\, v_f^2$$

$$v_i = 0,\ v_f^2 = \frac{2 \times 9.54}{6} = 3.18$$

$$\therefore \quad v_f = \sqrt{3.18} = 1.8 \text{ m/s}$$