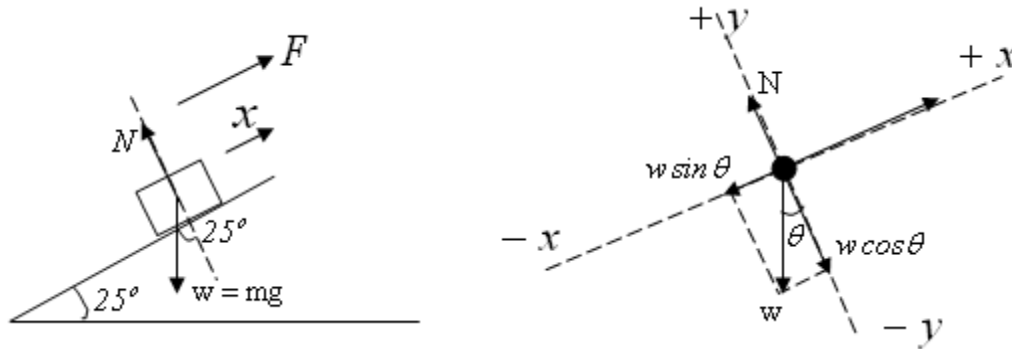


الفصل الرابع : 4-11 أمثلة محلولة

مثال (2-4):

إذا تمَّ سحب الكتلة على مستوى مائل كما هو موضَّح في الشكل فاحسب التسارع والقوة العموديّة المؤثرة على الكتلة حيث: $\theta = 25^\circ$, $m = 1350 \text{ kg}$, $F = 72000 \text{ N}$



الحل:

باتباع خطوات الحل بـسـرم مُخَطَّط الجسم الحر، ثمَّ نُطَبِّق قانون نيوتن الثاني

$$\Sigma \mathbf{F}_x = F - w \sin 25^\circ = m \cdot \mathbf{a}_x$$

$$7200 - (1350 \times 9.8) \cdot \sin 25^\circ = 1350 \cdot a_x$$

$$\mathbf{a}_x = 1.2 \text{ m/s}^2$$

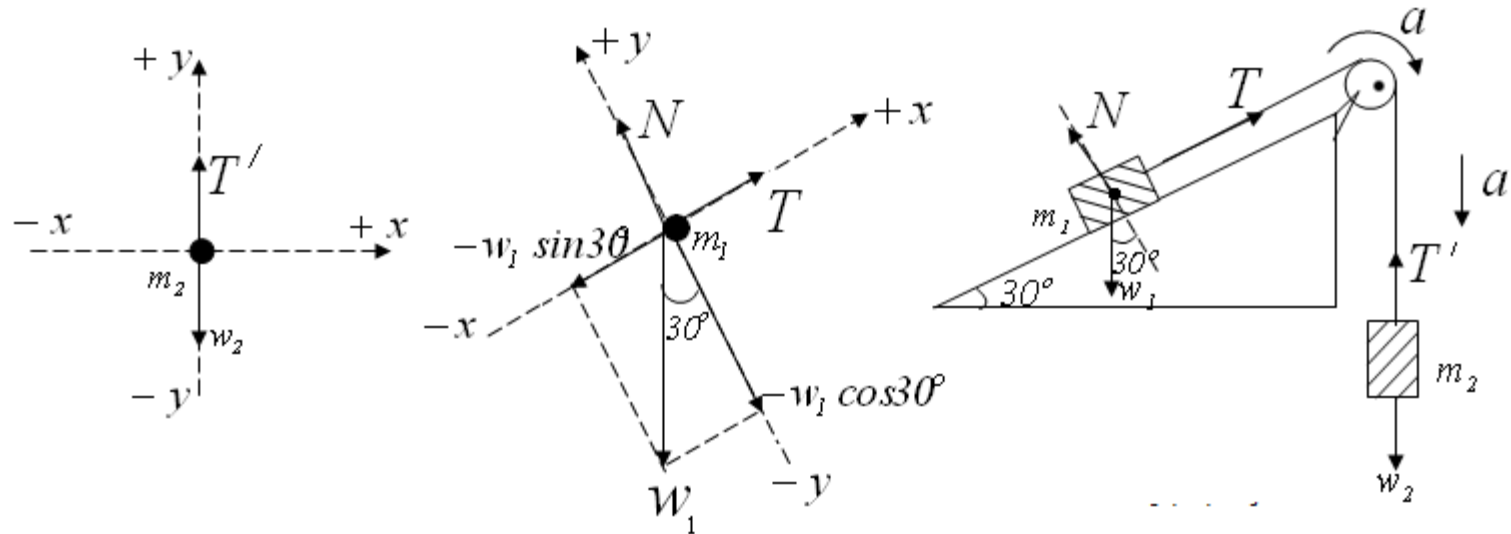
$$\Sigma F_y = \mathbf{N} - \mathbf{w} \cos(25^\circ) = \mathbf{N} - m\mathbf{g} \cos(25^\circ)$$

$$0 = \mathbf{N} - (1350 \times 9.8) \cdot \cos (25^\circ)$$

N = 12,000 N

مثال (4-4):

لدينا كتلتان m_1, m_2 تتحركان كما هو موضح في شكل (24-4)، فإذا علمت أن $m_1 = 8\text{kg}$ ، $m_2 = 22\text{kg}$ ، فأوجد T, a لكل كتلة.



الحل:

$$w_1 = m_1 g = 8 \times 9.8 = 78.4 \text{ N}$$

$$w_2 = m_2 g = 22 \times 9.8 = 216 \text{ N}$$

بتحليل قوى التأثير على m_1 ($a_x = a$) نحصل على:

$$\Sigma F_x = -w_1 \sin 30^\circ + T = m_1 a_x$$

$$- 78.4 \sin 30^\circ + T = 8a$$

$$T - 78.4 \times 0.5 = 8a$$

$$T - 39.2 = 8a \quad (1)$$

وبتحليل القوى المؤثرة على m_2 ، فإننا نحصل على :

$$\Sigma F_y = w_2 - T' = m_2 \cdot a$$

$$m_2 g - T' = m_2 \cdot a$$

$$22 \times 9.8 - T' = 22a$$

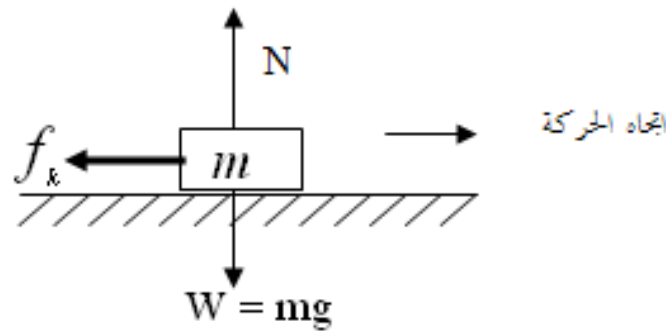
$$T - 216 = - 22a \quad (2)$$

وبالحلّ المشترك للمعادلتين (1) , (2) نحصل على:

$$a = 5.89 \text{ m/s}^2 , \quad T = 86.3 \text{ N}$$

مثال (4-5):

تتحرك الكتلة m بسرعة ابتدائية قدرها 20m/s لتقطع مسافة قدرها 115m قبل أن تتوقف كما هو موضح في الشكل احسب: معامل الاحتكاك الحركي. و تسارع الكتلة.



الحل:

$$\Sigma F_x = -f_k = ma \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = N - mg = 0 \quad (2)$$

$$(a_y = 0), N = mg, f_k = \mu_k \cdot N$$

بالتعويض من (2) في (1) نحصل على:

$$-\mu_k \cdot N = -\mu_k \cdot mg = ma$$

$$a = -\mu_k \cdot g$$

ولدينا:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a \cdot x = 0$$

$$v_i^2 + 2ax = v_i^2 - 2\mu_k \cdot g \cdot x = 0$$

$$v_i^2 = 2\mu_k \cdot g \cdot x$$

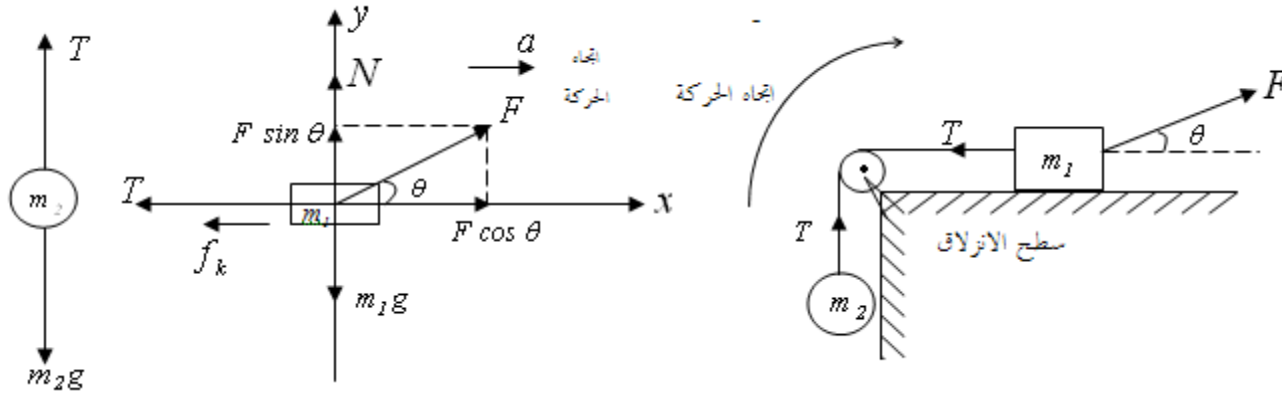
$$\mu_k = \frac{v_i^2}{2g \cdot x} = \frac{(20)^2}{2 \times 9.8 \times 115} = 0.177$$

(ب) باستخدام المعادلة (1) نحصل على:

$$a = -0.177 \times 9.8 = -1.73 \text{ m/s}^2$$

مثال (4-6):

أوجد "التسارع" و "قوة الشد" لحركة المنظومة الموضحة في الشكل
الحل:



بالنسبة للكتلة m_1 ، فإننا نجد أن:

$$\Sigma F_x = F \cos \theta - f_k - T = m_1 a$$

(1)

$$\Sigma F_y = N + F \sin \theta - m_1 g = 0$$

(2)

أما بالنسبة للكتلة m_2 فنحصل على:

$$\Sigma F_x = 0$$

(3)

$$\Sigma F_y = T - m_2 g = m_2 a$$

(4)

$$T = m_2 (a + g)$$

(5)

ومن العلاقة (2) نجد أنّ:

$$\mathbf{N} = m_1 \mathbf{g} - \mathbf{F} \sin \theta$$

$$\mathbf{f}_k = \mu_k \cdot \mathbf{N} = \mu_k (m_1 \mathbf{g} - \mathbf{F} \sin \theta) \quad (6)$$

نعوّض في المعادلة (1) من المعادلة (5) ومن المعادلة (6) لنجد أنّ:

$$\mathbf{F} \cos \theta - \mu_k (m_1 \mathbf{g} - \mathbf{F} \sin \theta) - m_2 (\mathbf{a} + \mathbf{g}) = m_1 \mathbf{a}$$

وبالتالي فإنّ "التسارع" $\mathbf{a}$ يُعطى بالعلاقة:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F} (\cos \theta + \mu_k \sin \theta) - \mathbf{g}(\mu_k m_1 + m_2)}{m_1 + m_2} \quad (7)$$

نعوّض عن $\mathbf{a}$ من العلاقة (7) في العلاقة (4) لنحصل على "قوة

الشّد" $\mathbf{T}$. أي أنّ:

$$\mathbf{T} = m_2 (\mathbf{a} + \mathbf{g})$$
$$\mathbf{T} = m_2 \left[\frac{\mathbf{F}(\cos \theta + \mu_k \sin \theta) - \mathbf{g}(\mu_k m_1 + m_2)}{m_1 + m_2} + \mathbf{g} \right]$$

مثال (4-8):

احسب مقدار تسارع السقوط الحر لجسم موجود على ارتفاع 500km، وأوجد النسبة المئوية للنقص في وزن الجسم عند ذلك الارتفاع.

الحل:

مُعطيات المسألة هي:

$$h = 500 \text{ km} , R_E = 6.38 \times 10^6 \text{ m} , M_E = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\therefore g' = \frac{GM_E}{(R_E + h)^2} = \frac{(6.67 \times 10^{-11}) \times (5.98 \times 10^{24})}{(6.38 \times 10^6 + 0.5 \times 10^6)^2}$$

$$g' = 8.43 \text{ m/s}^2$$

$$\text{وبما أن: } \frac{g'}{g} = \frac{8.43}{9.8} = 0.86 , \text{ فإن النسبة المئوية للنقص في وزن}$$

الجسم تساوي 14%.

مثال (4-10):

تتسارع رصاصة كتلتها 12g داخل اسطوانة بندقية فتبلغ سرعتها 700m/s بعد أن تقطع مسافة قدرها 20cm. احسب مقدار القوة المؤثرة بافتراض أن التسارع ثابت.

الحل:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a_x \cdot x \quad \text{بما أن:}$$

$$v_f = 700\text{m/s}, v_i = 0, x = 0.2 \text{ m} \quad \text{ولكن:}$$

أي أن:

$$a_x = 1.23 \times 10^6 \text{ m/s}^2$$

وبما أن: $m = 0.012\text{kg}$ ، فإن القوة المؤثرة هي:

$$F_x = m \cdot a_x = 14800\text{N} = 14.8\text{kN}$$

مثال (4-11):

يُعلّق صندوق كتلته 20kg من طرف حبلٍ طويل. أوجد تسارع الصندوق عندما يكون الشدّ في الحبل يساوي:

أ) 250N ب) 150N ج) صفر د) 196N

الحل:

تؤثر في الصندوق قوتين متعاكستين هما: الشدّ في الحبل T إلى أعلى، والأخرى وزن الصندوق $w = mg$ إلى أسفل، وبملاحظة أن:

$$w = 20 \times 9.8 = 196N$$

$$T - w = m a_y$$

نحصل على ما يلي:

$$a_y = 2.7m/s^2 \text{ (أ) } \quad a_y = -2.3m/s^2 \text{ (ب)}$$

$$a_y = -9.8m/s^2 \text{ (ج) } \quad a_y = 0 \text{ (د)}$$

يُلاحظ أن التسارع السالب يعني أن الحركة إلى أسفل.

