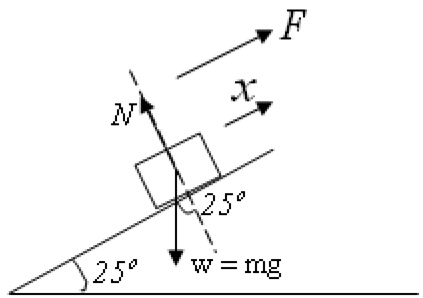
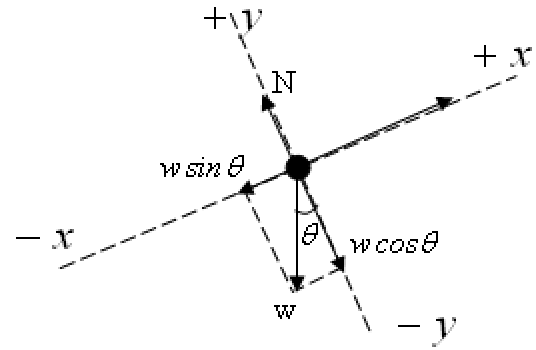
الفصل الرابــع : 4-11 أمـثلة مـحلولة

مـثال (2-4):

إذا تـمّ سحـب الكتلة على مستوى مائل كمـا هو موضّح في الشكل فاحسب التسارع والقوة العموديّة المؤثّرة على الكتلة حيث: $\theta = 25^o$, $m = 1350$ kg , $\mathbf{F} = 72000$ N





الحـل:

باتباع خطوات الحل بسرم مُخطّط الجسم الحر، ثمّ نُطبّق قانون نيوتن الثاني

$$\Sigma \mathbf{F}_x = 7200 - \cos 25^o = m.\mathbf{a}_x$$

$$7200 - (1350 \times 9.8) . \sin 25^o = 1350 . \mathbf{a}_x$$

$$\mathbf{a}_x = 1.2 \text{ m/s}^2$$

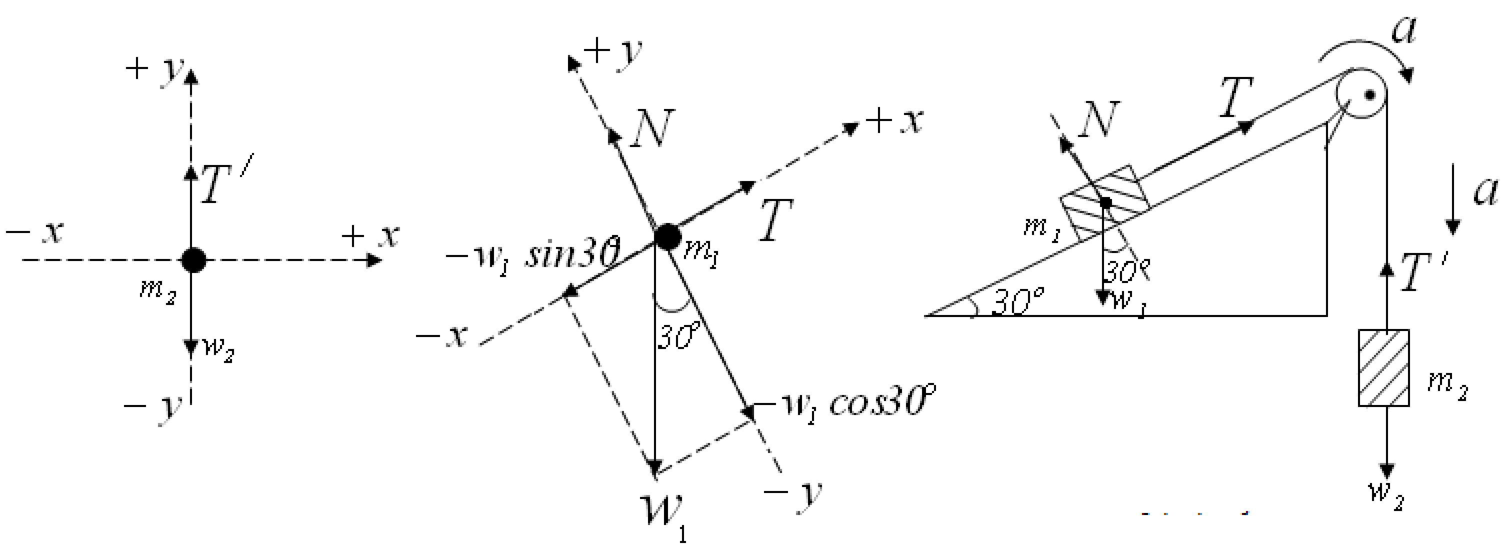
$$\Sigma F_y = \mathbf{N} - \mathbf{w} \cos(25^o) = \mathbf{N} - m\mathbf{g} \cos(25^o)$$

$$0 = \mathbf{N} - (1350 \times 9.8) . \cos (25^o)$$

$$\mathbf{N} = 12{,}000 \text{ N}$$

مـثال (4-4):

لدينا كتلتان m_1 **,** m_2 تتحرّكان كما هو موضّح في شكل (4-24)، فإذا علمتَ أنّ m_1 **=**8kg **,** m_2 = 22kg، فأوجِدْ **a , T** لكلّ كتلة.



الحـل:

$\mathbf{w_1} = m_1\mathbf{g} = 8 \times 9.8 = 78.4$ N

$\mathbf{w_2} = m_2\mathbf{g} = 22 \times 9.8 = 216$N

بتحليل قوى التأثير على m_1 $(\mathbf{a_x = a})$ نحصل على:

$$\Sigma \mathbf{F}_x = -\,\mathbf{w}_1 \sin 30^o + \mathbf{T} = m_1\,\mathbf{a}_x$$

$$-\,78.4 \sin 30^o + \mathbf{T} = 8\mathbf{a}$$

$$\mathbf{T} - 78.4 \times 0.5 = 8\mathbf{a}$$

$$\mathbf{T} - 39.2 = 8\mathbf{a} \qquad (1)$$

وبتحليل القوى المؤثّرة على m_2، فإنّنا نحصل على :

$$\sum \mathbf{F_y} = \mathbf{w_2} - \mathbf{T'} = \mathbf{m_2 . a}$$

$$\mathbf{m_2 g} - \mathbf{T'} = \mathbf{m_2 . a}$$

$$22\mathrm{x}9.8 - \mathbf{T'} = 22\mathbf{a}$$

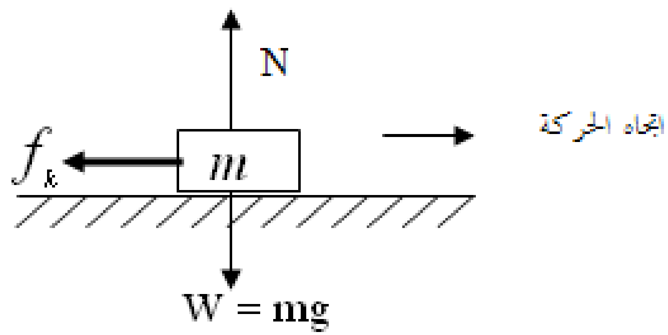
$$\mathbf{T} - 216 = -\,22\mathbf{a} \qquad (2)$$

وبالحلّ المشترك للمعادلتين (2) **,** (1) نحصل على:

$$\mathbf{a} = 5.89\ m/s^2 \quad , \quad \mathbf{T} = 86.3\ N$$

مـثال (4-5):

تتحرّك الكتلة m بسرعةٍ ابتدائيّة قدْرها 20m/s لتقطع مسافة قدْرها 115m قبلَ أنْ تتوقّف كما هو موضّح في الشكل احسبْ: معامل الاحتكاك الحركي. و تسارع الكتلة.



الحـل:

$\Sigma \mathbf{F}_x = - \mathbf{f}_k = m\mathbf{a}$ (1)

$\Sigma \mathbf{F}_y = \mathbf{N} - m\mathbf{g} = 0$ (2)

$(\mathbf{a}_y = 0)$, $\mathbf{N} = m\mathbf{g}$, $\mathbf{f}_k = \mu_k . \mathbf{N}$

بالتعويض من (2) في (1) نحصل على:

$$-\mu_k . N = -\mu_k . mg = ma$$

$$a = -\mu_k . g$$

ولدينا:

$$v_f^{\,2} = v_i^2 + 2a . x = 0$$

$$v_i^2 + 2ax = v_i^2 - 2\mu_k . g.x = 0$$

$$v_i^2 = 2\mu_k . g.x$$

$$\mu_k = \frac{v_i^2}{2g.x} = \frac{(20)^2}{2 \times 9.8 \times 115} = 0.177$$

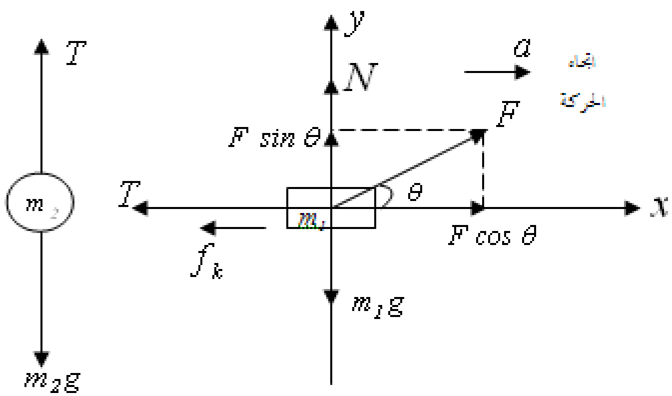
ب) باستخدام المعادلة (1) نحصل على:

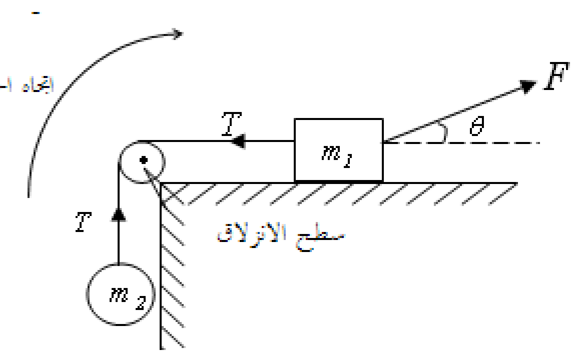
$$a = -0.177x9.8 = -1.73 m/s^2$$

مـثال (6-4):

أوجد "التسارعِ" و"قوة الشدّ" لحركةِ المنظومةِ الموضّحة في الشكل

الحـل:





بالنسبة للكتلة m_1 ، فإنّنا نجد أنّ:

$$\Sigma \mathbf{F}_x = \mathbf{F}\cos\theta - \mathbf{f}_k - \mathbf{T} = m_1\mathbf{a} \qquad (1)$$

$$\Sigma \mathbf{F}_y = \mathbf{N} + \mathbf{F}\sin\theta - m_1\mathbf{g} = 0 \qquad (2)$$

أمّا بالنسبة للكتلة m_2 فنحصل على:

$$\Sigma \mathbf{F}_x = 0 \qquad (3)$$

$$\Sigma \mathbf{F}_y = \mathbf{T} - m_2\mathbf{g} = m_2\mathbf{a} \qquad (4)$$

$$\mathbf{T} = m_2\,(\mathbf{a} + \mathbf{g}) \qquad (5)$$

ومن العلاقة (2) نجد أنّ:

$$\mathbf{N} = m_1\mathbf{g} - \mathbf{F}\sin\theta$$

$$\mathbf{f}_k = \mu_k \,.\, \mathbf{N} = \mu_k (m_1\mathbf{g} - \mathbf{F}\sin\theta) \qquad (6)$$

نعوّض في المعادلة (1) من المعادلة (5) ومن المعادلة (6) لنجد أنّ:

$$\mathbf{F}\cos\theta - \mu_k (m_1\mathbf{g} - \mathbf{F}\sin\theta) - m_2 (\mathbf{a} + \mathbf{g}) = m_1\mathbf{a}$$

وبالتالي فإنّ "التسارع" **a** يُعطى بالعلاقة:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}\,(\cos\theta + \mu_k \sin\theta) - \mathbf{g}(\mu_k . m_1 + m_2)}{m_1 + m_2} \qquad (7)$$

نُعوّض عن a من العلاقة (7) في العلاقة (4) لنحصل على "قــوة الشدّ" **T**. أيْ أنّ:

$$\mathbf{T} = m_2\,(\mathbf{a} + \mathbf{g})$$

$$\mathbf{T} = m_2 \left[\frac{\mathbf{F}(\cos\theta + \mu_k \sin\theta) - \mathbf{g}(\mu_k m_1 + m_2)}{m_1 + m_2} + \mathbf{g} \right]$$

مـثال (7-4):

موزّعة حسب شكل . 6kg , 4kg , 2kg ثلاثُ كُراتٍ متجانسة كُتلتها على الترتيب هي بافتراض أنّ جميع الكتل معزولة 4kg احسب محصّلة قوى الجاذبيّة المؤثّرة على الكتلة عن تأثير الوسط المُحيط.

الحـل:

$$\mathbf{F}_{42} = G.\frac{m_4 \cdot m_2}{r_{42}^2}.\,\mathbf{j}$$

$$\mathbf{F}_{42} = 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{4 \times 2}{(3)^2}$$

$$F_{42} = 5.93 \times 10^{-11} \quad N$$

$$\mathbf{F}_{46} = G.\frac{m_4 \cdot m_6}{r_{46}^2}\,(-\mathbf{i})$$

$$\mathbf{F}_{46} = (-6.67 \times 10^{-11}).\frac{(4 \times 6)}{(4)^2}\ \mathbf{i}$$

$$F_{46} = -10 \times 10^{-14} \quad N$$

$$F = F_{42} + F_{46} = (-10 \times 10^{-14})\,\mathbf{i} + (5.93 \times 10^{-11})\,\mathbf{j}$$

وهي معادلة المتّجه بدلالة المركّبات. أمّا المحصّلة فهي:

$$F = \sqrt{F_{42}^{\,2} + F_{46}^{\,2}}$$

$$F = \sqrt{(-10 \times 10^{-14})^2 + (5.93 \times 10^{-11})^2}$$

$$F = 5.93 \times 10^{-11} N$$

مـثال (8-4):

احسب مقدار تسارع السقوط الحر لجسم موجود على ارتفاع 500km، وأوجد النّسبة المئوية للنقص في وزن الجسم عند ذلك الارتفاع.

الحـل:

مُعطيات المسألة هي:

$h = 500\ km\ ,\ R_E = 6.38 \times 10^6 m\ ,\ M_E = 5.98 \times 10^{24}\ kg$

$$\therefore \qquad g' = \frac{GM_E}{(R_E + h)^2} = \frac{(6.67 \times 10^{-11}) \times (5.98 \times 10^{24})}{(6.38 \times 10^6 + 0.5 \times 10^6)^2}$$

$g' = 8.43\ \ m/s^2$

وبما أنّ: $\frac{g'}{g} = \frac{8.43}{9.8} = 0.86$ ، فإنّ النسبة المئوية للنقص في وزن الجسم تساوي 14%.

مـثال (10-4):

تتسارع رصاصة كتلتها 12g داخل اسطوانة بندقية فتبلغ سرعتها 700m/s بعد أنْ تقطع مسافة قدْرها 20cm. احسب مقدار القوة المؤثّرة بافتراض أنّ التسارع ثابت.

الحـل:

بما أن:

$$v_f^{\,2} = v_i^{\,2} + 2a_x\,.x$$

ولكن:

$$v_f = 700\,m/s,\; v_i = 0,\; x = 0.2\,cm$$

أيْ أنّ:

$$a_x = 1.23x10^6\,m/s^2$$

وبما أنّ: $m = 0.012kg$، فإنّ القوة المؤثّرة هي:

$$F_x = m.a_x = 14800N = 14.8kN$$

مـثال (11-4):

يُعلّقُ صندوق كتلته 20kg من طرف حبلٍ طويل. أوجد تسارع الصندوق عندما يكون الشدّ في الحبل يساوي:

أ) 250N ب) 150N ج) صفر د) 196N

الحـل:

تُؤثِّر في الصندوق قوتين متعاكستين هما: الشدّ في الحبل T إلـــى أعلى، والأخرى وزن الصندوق $\mathbf{w} = mg$ إلى أسفل، وبملاحظة أنّ:

$$\mathbf{w} = 20x9.8=196N$$

$$\mathbf{T} - \mathbf{w} = m\,\mathbf{a_y}$$

نحصل على ما يلي:

أ) $\mathbf{a_y} = 2.7 m/s^2$ ب) $\mathbf{a_y} = -2.3 m/s^2$

ج) $\mathbf{a_y} = -9.8 m/s^2$ د) $\mathbf{a_y} = 0$

يُلاحظُ أنّ التسارع السالب يعني أنّ الحركة إلى أسفل.