

الفصل الثاني

الحركة الخطية

(1.2) مقدمة

الحركة - عموماً - هي التغير المستمر في المكان خلال فترة زمنية معينة، وعلى هذا تتضمن دراسة الحركة مفاهيم عدة كالإزاحة والسرعة ومعدل الحركة والتسارع.

يشمل هذا الفصل دراسة وتحليل أبسط أنواع الحركات الميكانيكية لأنها تتم على خط واحد، ويطلق عليها اسم الحركة الخطية، وتكون إما حركة أفقية أو رأسية مثل انتقال سيارة أو قطار (حركة أفقية)، أو حركة مصعد كهربائي والسقوط الحر للأجسام (حركة رأسية).

(2.2) الإزاحة ومتوسط السرعة ومعدل الحركة

تعرّف الإزاحة (displacement) بأنّها: كمية متّجهة تحدّد المسافة التي يقطعها الجسم المتحرّك خلال فترة زمنيّة معيّنة. قد تكون الإزاحة صفراً إذا انطلق الجسم من مكان محدّد ثمّ عادَ إليه على اعتبار أنّها "كميّة متّجهة".

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x}_f - \mathbf{x}_i$$

أما المسافة (distance) فتختلف عن الإزاحة بأنّها كمية قياسية لأنّها تُمثّل ما قطعه الجسم خلال رحلته

(2.3) السرعة اللحظية

ويُعطى "متوسط السرعة" (average velocity) وهي كمية متجهة ووحدها (m/s)

$$\mathbf{v}_{av} = \bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_i}{t_f - t_i}$$

"معدل الحركة" (speed) فهو "كمية قياسية" لأنه المسافة الإجمالية المقطوعة خلال الزمن الإجمالي للحركة

$$v_s = \frac{\text{distance}}{\text{time}}$$

"السرعة اللحظية" v_m في معرفة مقدار "السرعة" عند لحظة معينة أو عند نقطة محدّدة، وتُعرّف بأنّها: "مشتق المسافة بالنسبة للزمن"،

$$v_{in} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{x}}{dt}$$

(4.2) التسارع:

"متوسط التسارع" (average acceleration) و يُعتبر "التسارع" كمية متجهة ووحدته (m/s²)

$$\bar{\mathbf{a}} = \mathbf{a}_{av} = \frac{\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$$

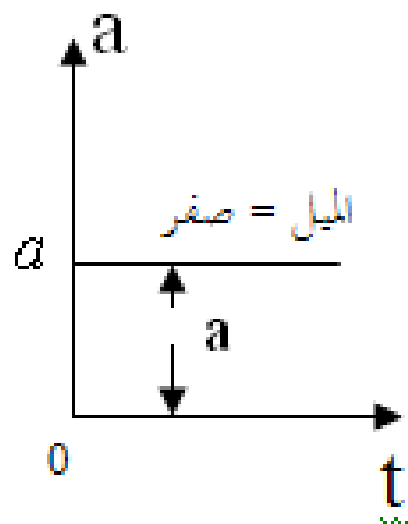
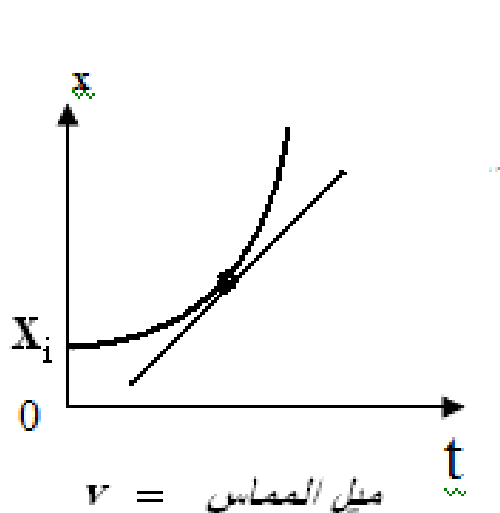
"التسارع اللحظي" (instantaneous acceleration)،

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad \mathbf{a} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\mathbf{x}}{dt} \right) = \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2}$$

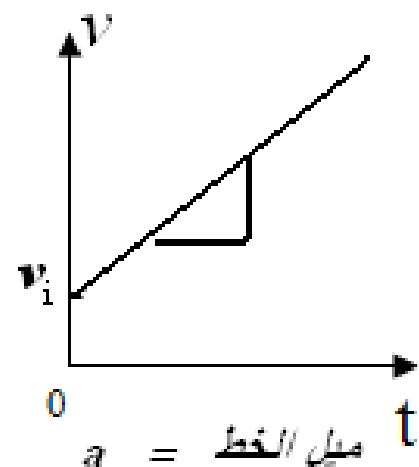
عندما يكون "التسارع" موجباً ($a > 0$)، فإن سرعة الجسم تزداد مع الزمن، وتوصف الحركة بأنها "حركة متسارعة". أمّا إذا كان "التسارع" سالباً ($a < 0$)، فإن سرعة الجسم تتناقص مع الزمن، وتوصف بأنها "حركة متباطئة" كما هو الحال عندما يقوم السائق بخفض سرعة سيارته قبل توقفها عند إشارة المرور الحمراء. أمّا إذا كان "التسارع" معدوماً ($a = 0$)، فإن سرعة الجسم تكون ثابتة ($v = \text{constant}$)، وعموماً فإننا نهتم هنا بـ "الحركة الخطيّة" البسيطة الخاضعة لتسارع ثابت، ويُطلق عليها اسم "الحركة الخطيّة المنتظمة" حيث يكون معدل تغير "السرعة" ثابتاً خلال الحركة

(5.2) الحركة الخطية المنتظمة:

الرسوم البيانية لكلٍ من x , v , a وتغيّراتها مع الزمن تُساعدُ على فهم طبيعة "الحركة الخطية"،



التسارع ثابت مع الزمن



معادلات "الحركة الخطيّة المنتظمة"

$$v = v_i + a t$$

$$x_f = x_i + v_i t + (1/2) a t^2$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2 a (x_f - x_i)$$

$$\bar{v} = \frac{v_i + v_f}{2}$$

(6.2) السقوط الحرّ

هي حركة خطية في الاتجاه الرأسي ويمكن وصفها بمعادلات الحركة الخطية الأفقية بعد استبدال

$$., x_i \quad x_f \text{ عوضاً عن } y_f, y_i, a = -g$$

$$v_f = v_i - gt$$

$$y - y_i = (v_f + v_i) t$$

$$y - y_i = v_i t - (1/2)gt^2$$

$$\bar{v} = \frac{v_i + v_f}{2}$$

$$v_f^2 = v_i^2 - 2g (y_f - y_i)$$

(7.2) أمثلة محلولة

مثال (1-2):

يتحرك جسم على طول المحور (x) بدءاً من $x_i = 12\text{m}$ عند اللحظة $t_i = 15\text{s}$ ، ويصل إلى $x_f = 4\text{m}$ بعد مرور $t_f = 3\text{s}$. احسب:
(أ) الإزاحة. (ب) متوسط السرعة. (ج) معدل الحركة.

الحل:

(أ) الإزاحة

$$\Delta x = x_f - x_i = 4 - 12 = -8\text{m}$$

(ب) متوسط السرعة

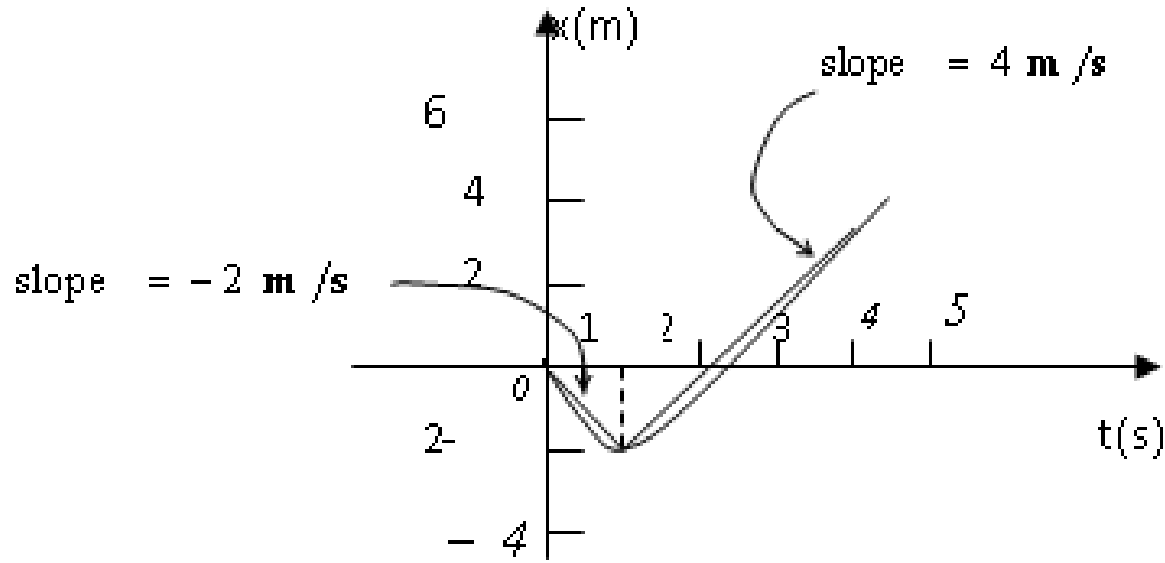
$$\bar{v} = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \quad v_{av} = \frac{4 - 12}{3 - 1} = \frac{-8}{2} = -4\text{ m/s}$$

(ج) معدل الحركة

$$v = \frac{|4 + 12|}{|3 + 1|} = \frac{16}{4} = 4\text{ m/s}$$

مثال (2-2):

يتحرك جسم على المحور السيني كما هو موضح في شكل (2-5)، وذلك وفق العلاقة التالية: $x = -4t + 2t^2$.



(أ) الإزاحة في الفترة الزمنية من 0 إلى 1s، والفترة من 1s إلى 3s.

(ب) متوسط السرعة خلال الفاصلين الزمنيين السابقين.

(ج) السرعة اللحظية عندما تكون $t = 2.5s$.

الحل:

أ) الإزاحة في الفترة الزمنية من 0 إلى 1s، والفترة الزمنية من 1s إلى 3s.

$$\Delta \mathbf{x}_{01} = \mathbf{x}_f - \mathbf{x}_i$$

$$\Delta \mathbf{x}_{01} = [-4(1) + 2(1)^2] - [-4(0) + 2(0)^2] = -2\text{m}$$

$$\Delta \mathbf{x}_{13} = [-4(3) + 2(3)^2] - [-4(1) + 2(1)^2] = +8\text{m}$$

ب) متوسط السرعة خلال الفاصلين الزمنيين السابقين.

$$\bar{\mathbf{v}}_{01} = \frac{\Delta \mathbf{x}_{01}}{\Delta t} = \frac{-2}{1-0} = -2 \text{ m/s}$$

$$\bar{\mathbf{v}}_{13} = \frac{\Delta \mathbf{x}_{13}}{t} = \frac{8}{3-1} = +4 \text{ m/s}$$

ج) السرعة اللحظية عندما تكون $t = 2.5\text{s}$.

$$\mathbf{v}_{in} = \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \frac{d}{dt} (-4t + 2t^2)$$

$$\mathbf{v} = 4(-1 + t) = 4(-1 + 2.5) = +6\text{m/s}$$

مثال (2-3):

لدينا جسم يتحرك كما هو موضَّح بيانياً في شكل (2-6)، وذلك وفق العلاقة التالية: $x = 3t^2$. احسب السرعة اللحظية عندما تكون $t = 3$ s.

الحل:

$$x_i = 3t^2 \quad \text{حيث أن:}$$

فإنَّ "السرعة اللحظية" تُعطى بالعلاقة:

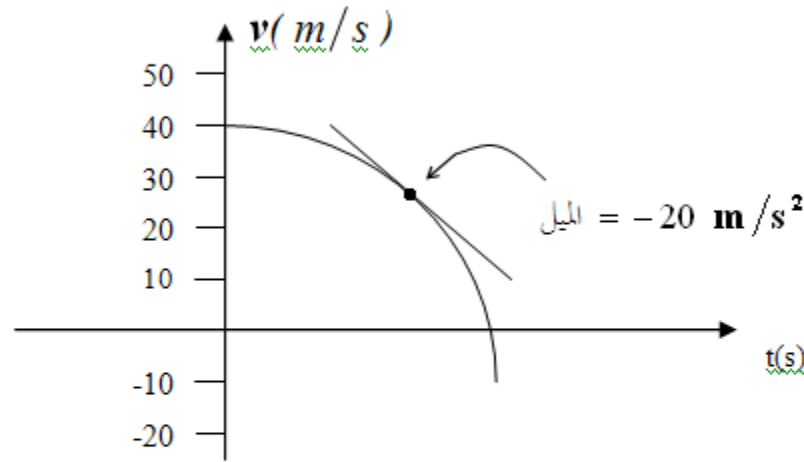
$$v = \frac{dx}{dt} = 6t$$

عندما تكون $t = 3$ s، فإنَّ :

$$v = 6 \times 3 = 18 \text{ m/s}$$

مثال (2-4):

يتحرك جسم بسرعة حسب العلاقة: $v = 40 - 5t^2$ ، ويوضح شكل (2-7) تغير الدالة $v(t)$ وبميل مقداره -20m/s^2 .



شكل (2-7)

احسب:

- متوسط التسارع في الفاصل الزمني من 0 إلى 2s.
- التسارع اللحظي عندما تكون $t = 2\text{s}$.

$$v_i = [40 - 5(0)^2] = + 40 \text{ m/s} \quad \text{الحل: (أ)}$$

$$v_f = [40 - 5(2)^2] = + 20 \text{ m/s}$$

$$\Delta t = t_f - t_i = 2 - 0 = 2 \text{ s}$$

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{20 - 40}{2 - 0} = \frac{20}{2} = -10 \text{ m/s}^2$$

(ب) في حالة $t = 2 \text{ s}$ ، فإن:

$$v = 40 - 5t^2$$

$$a_m = \frac{dv}{dt} = -10t$$

$$a_m = -10 \times 2 = -20 \text{ m/s}^2$$

مثال (2-5):

سيارة سباق تبدأ بتسارع من السكون لتصل إلى سرعة 12m/s بعد 8s،
فإذا اعتبرنا أن التسارع ثابت، فاحسب:

أ) التسارع. ب) المسافة التي تقطعها السيارة خلال 8s.
ج) السرعة النهائية.

الحل:

$$\text{أ) } a = \frac{v_f - v_i}{t} = \frac{12 - 0}{8} = + 1.5 \text{ m/s}^2$$

$$\text{ب) } x = \frac{1}{2} (v_i + v_f) t = \frac{1}{2} (0 + 12) (8) = 48\text{m}$$

$$\text{ج) } v_f = v_i + 2 a x = 0 + 2(1.5)(48) = 144 \text{ m/s}$$

مثال (2-6):

سقطت كرة من السكون من سطح مبنى مرتفع، فإذا أهملنا تأثير مقاومة الهواء الاحتكاكية، فاحسب المسافة التي تقطعها الكرة وسرعتها وذلك للأزمنة 1s , 2s , 3s.

الحل:

باستخدام معادلات "السقوط الحر":

$$v_0 = 0, \quad t_0 = 0$$

$$v = -g t = -9.8 t$$

$$y = -\frac{1}{2} g t^2 = -\frac{1}{2} \cdot 9.8 t^2$$

عندما تكون $t = 1s$ ، فإن:

$$v = -9.8 \cdot 1 = -9.8 \text{ m/s}$$

$$y = -\frac{1}{2} \cdot 9.8 \cdot (1)^2 = -4.90 \text{ m}$$

عندما تكون $t = 2s$ ، فإن:

$$v = -19.6 \text{ m/s}$$

$$y = -19.6 \text{ m}$$

عندما تكون $t = 3s$ ، فإن:

$$v = -29.4 \text{ m/s}$$

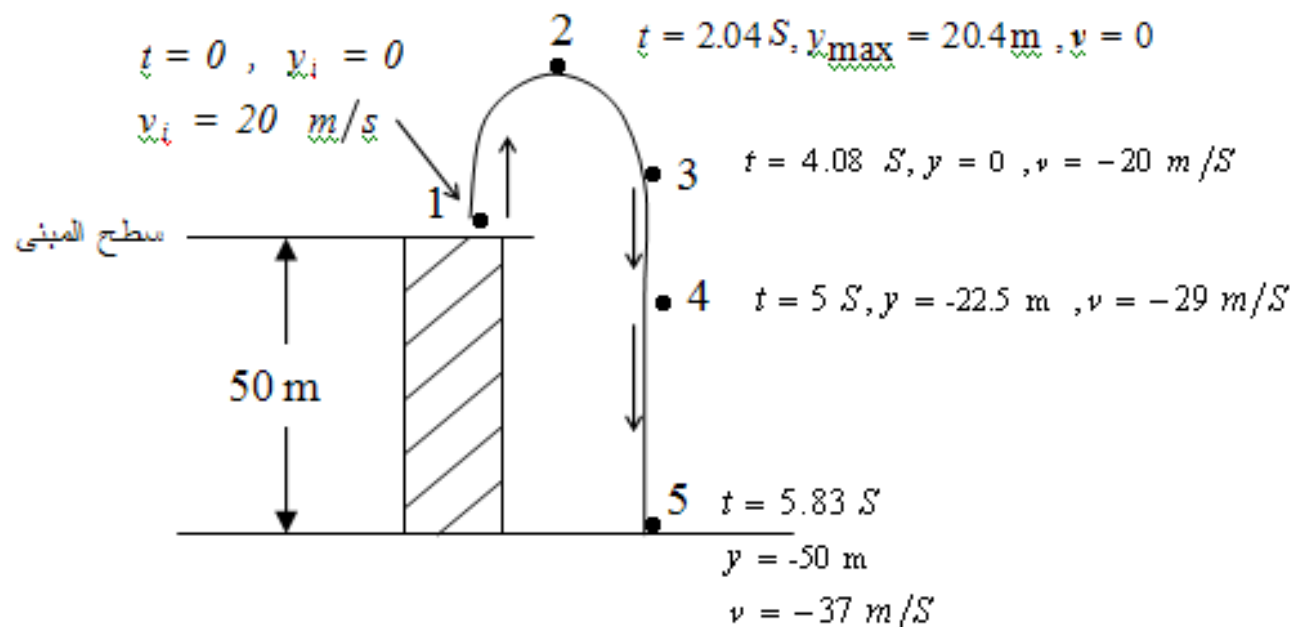
$$y = -44.1 \text{ m}$$

مثال (2-7):

قُذِفَ حجر من فوق مبنى ارتفاعه 50m، وذلك بسرعة ابتدائية قدرها 20 m/s كما هو موضح في شكل (2-8).

احسب:

- أ) الزمن اللازم للوصول الحجر إلى أعلى نقطة v_{max} .
- ب) أقصى ارتفاع يبلغه الحجر v_{max} .
- ج) الزمن اللازم لعودة الحجر إلى نفس مستوى سطح المبنى.
- د) سرعة الحجر.
- هـ) السرعة والمسافة في اللحظة $t = 5s$.



شكل (8-2)

الحل:

$$v_f = v_i - gt$$

(أ)

$$0 = 20 - 9.8t_1 \quad , \quad t_1 = \frac{20}{9.8} = 2.04 \text{ s}$$

$$y_f = v_i t - \frac{1}{2} gt^2$$

(ب)

$$y_{\text{max}} = (20 \times 2.04) - \frac{1}{2} (9.8) (2.04)^2$$

$$y_{\text{max}} = 20.4 \text{ m}$$

$$y_f = v_i t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (c)$$

$$0 = 20 t - 4.9 t^2$$

$$t(20 - 4.9 t) = 0 \quad , \quad 20 - 4.9 t = 0$$

$$t = \frac{20}{4.9} = 4.08 \text{ s}$$

$$v_f = v_i - g t = 20 - (9.8) (4.08) \quad (d)$$

$$v_f = -20 \text{ m/s}$$

$$t = 5 \text{ s} \quad , \quad v_f = v_i - g t = 20 - (9.8) (5) \quad (e)$$

$$v = -29 \text{ m/s}$$

$$y_f = v_i t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$= (20) (5) - \frac{1}{2} (9.8) (5)^2$$

$$= -22.5 \text{ m}$$

مثال (2-8):

تتحرك طائرة من السكون، ثم تتسارع على أرض المدرج لتُصبح سرعتها $v = + 260 \text{ km/h}$ خلال زمن قدره 29s . احسب متوسط التسارع في هذه الحالة.

الحل:

المعطيات هي:

$$v_i = 0, \quad v_f = 260 \text{ km/h}, \quad t_i = 0, \quad t_f = 29\text{s}$$

$$v_f = \frac{260 \times 10^3}{60 \times 60} = 72.2 \text{ m/s} \quad \text{بما أن:}$$

ونحسب "متوسط التسارع" من العلاقة:

$$\bar{a} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

$$\bar{a} = \frac{72.2 - 0}{29 - 0} = 2.49 \text{ m/s}^2$$

مثال (2-9):

تقف طائرة مقاتلة على سطح حاملة طائرات بحرية، وبدءاً من السكون تحركت الطائرة بتسارع ثابت قدره 31m/s^2 ، فإذا بلغت سرعتها 62m/s قبل إقلاعها، فاحسب المسافة التي تقطعها الطائرة قبل الإقلاع.

الحل:

المعطيات هي:

$$\underline{v_i} = 0 \quad , \quad a = 31\text{m/s}^2 \quad , \quad \underline{v_f} = 62\text{m/s}^2$$

يُعطى الزمن الذي تستغرقه الطائرة في الحركة قبل الإقلاع بالعلاقة

التالية:

$$t = \frac{v_f - v_i}{a} = \frac{62 - 0}{31} = 2\text{s}$$

$$x = \left(\frac{v_f + v_i}{2}\right).t = \left(\frac{62 + 0}{2}\right) \times 2 = 62\text{m}$$

مثال (2-10):

تحرك قارب بتسارع ثابت قدره 2m/s^2 ، فإذا كانت السرعة الابتدائية 6 m/s ، فاحسب مقدار الإزاحة التي يقطعها القارب بعد مرور 8s .
الحل:

المعطيات هي:

$$a = 2\text{m/s}^2 \quad , \quad \underline{v_i} = 6\text{m/s} \quad , \quad t = 8\text{s}$$

وتُعطى السرعة النهائية للقارب بالعلاقة التالية:

$$\underline{v_f} = v_i + at = 6 + (2 \times 8) = 22\text{ m/s}$$

أما الإزاحة فهي:

$$x = \left(\frac{v_f + v_i}{2} \right) \cdot t = \left(\frac{22 + 6}{2} \right) \times 8 = 112\text{m}$$

