الفصل الثـانـي

الــحــركــة الــخــطــيـــة

(1.2) مقدمة

الحركة - عموما - هي التغير المستمر في المكان خلال فترة زمنية معينة، وعلى هذا تتضمن دراسة الحركة مفاهيم عدة كالإزاحة والسرعة ومعدل الحركة والتسارع.

يشمل هذا الفصل دراسة وتحليل أبسط أنواع الحركات الميكانيكية لأنّها تتم على خط واحد، ويطلق عليها اسم الحركة الخطيّة، وتكون إما حركة أفقية أو رأسية مثل انتقال سيارة أو قطار (حركة أفقية)، أو حركة مصعد كهربائي والسقوط الحر للأجسام (حركة رأسية).

(2 .2) الإزاحة ومتوسط السرعة ومعدل الحركة

تعرّف الإزاحة (displacement) بأنّها: كمية متّجهة تحدّد المسافة التي يقطعها الجسم المتحرّك خلال فترة زمنيّة معيّنة. قد تكون الإزاحة صفراً إذا انطلق الجسم من مكان محدّد ثمّ عادَ إليه على اعتبار أنّها "كميّة متّجهة".

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x}_f - \mathbf{x}_i$$

أما المسافة (distance) فتختلف عن الإزاحة بأنّها كمية قياسية لأنّها تُمثّل ما قطعه الجسم خلال رحلته

(3 .2) السرعة اللحظيـّة

ويُعطى "متوسّط السرعة " (average velocity)وهي كمبة متجهة ووحدتها (m/s)

$$v_{av} = \bar{v} = \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_i}{t_f - t_i}$$

"معدّل الحركة" (speed) فهو "كميّة قياسيّة" لأنّه المسافة الإجماليّة المقطوعة خلال الزمن الإجماليّ للحركة

$$v_s = \frac{\text{distance}}{time}$$

"السرعة اللحظيّة" $\boldsymbol{v_m}$ في معرفةِ مقدار "السرعة" عند لحظة معيّنة أو عند نقطة محدّدة، وتُعرّف بأنّها: "مُشتقّ المسافة بالنسبة للزمن"،

$$v_{in} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{x}}{dt}$$

(4 .2) التسـارع:

"متوسّط التسارع" (average acceleration) و يُعتبر "التسارع" كميّة متّجهة ووحدته (m/s^2)

$$\bar{\mathbf{a}} = \mathbf{a}_{av} = \frac{\boldsymbol{v}_{\mathbf{f}} - \boldsymbol{v}_{i}}{t_f - t_i} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$$

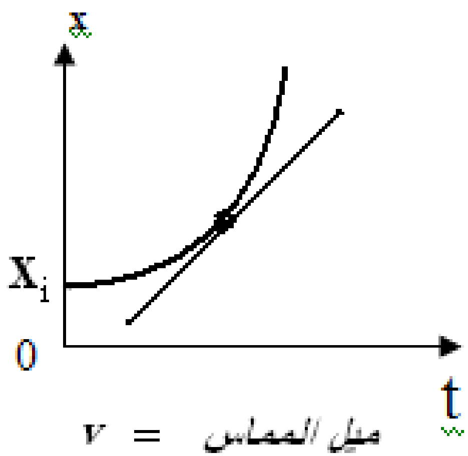
"التسارع اللحظي" (instantaneous acceleration)،

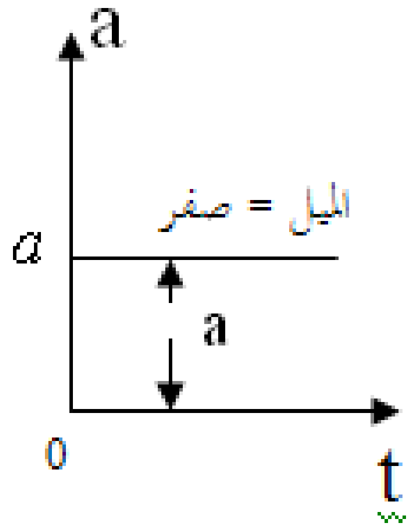
$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} \qquad \mathbf{a} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\mathbf{x}}{dt}\right) = \frac{d^2\mathbf{x}}{dt^2}$$

عندما يكونُ "التسارع" موجباً ($\mathbf{a} > 0$)، فإنّ سرعة الجسم تزداد مع الزمن، وتوصف الحركة بأنّها "حركة متسارعة". أمّا إذا كان "التسارع" سالباً ($\mathbf{a} < 0$)، فإنّ سرعة الجسم تتناقص مع الزمن، وتوصف بأنّها "حركة متباطئة" كما هو الحال عندما يقوم السائق بخفْض سرعة سيارته قبل توقّفها عند إشارة المرور الحمراء. أمّا إذا كان "التسارع" معدوماً ($\mathbf{a} = 0$)، فإنّ سرعة الجسم تكـون ثابتة ($\boldsymbol{v}$ = constant)، وعموماً فإنّنا نهتمّ هنا بـ"الحركة الخطيّة" البسيطة الخاضعة لتسارع ثابت، ويُطلَق عليها اسم "الحركة الخطيّة المنتظمة" حيث يكون معدّل تغيّر "السرعة" ثابتاً خلال الحركة

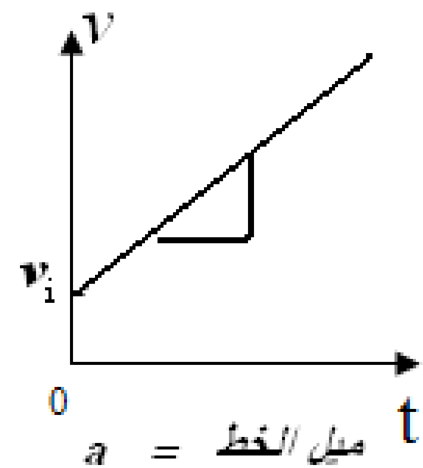
(5 .2) الحركـة الخطيّة المنتظمة:

الرسوم البيانيّة لكلٍّ من **x , *v* , a** وتغيّراتها مع الزمن تُساعدُ على فهْمِ طبيعة "الحركة الخطيّة"،





التسارع ثابت مع الزمن



معادلات "الحركة الخطيّة المنتظمة“

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_i + \mathbf{a}\,t$$

$$\mathbf{x}_f = \mathbf{x}_i + \boldsymbol{v}_i\,t + \mathbf{a}\,t^2$$

$$\boldsymbol{v}_{\mathbf{f}}^{\,2} = \boldsymbol{v}_i^2 + 2\,\mathbf{a}\,(\mathbf{x}_{\mathbf{f}} - \mathbf{x}_i)$$

$$\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\boldsymbol{v}_i + \boldsymbol{v}_{\mathbf{f}}}{2}$$

(2. 6) السقـوط الحـرّ

هي حركة خطيـة في الاتجاه الرأسي ويمكن وصفها بمعادلات الحركة الخطيـة الافقيـة بعد استبدال

$a = -g$ ، y_f , y_i عِوضاً عن x_f x_i ,.

$$v_f = v_i - gt$$

$$y - y_i = (v_f + v_i)\, t$$

$$y - y_i = v_i t - (1/2)gt^2$$

$$\bar{v} = \frac{v_i + v_f}{2}$$

$$v_f^{\;2} = v_i^2 - 2g\,(y_f - y_i)$$

(2. 7) أمـثلة مـحلولة

مـثال (2-1):

يتحرّك جسم على طول المحور (x) بدءاً من $x_i = 12m$ عند اللـحظة $t_i = 15s$، ويصل إلى $x_f = 4m$ بعد مرور $t_f = 3s$. احسب:

أ)الإزاحة. ب) متوسّط السرعة. ج) معدّل الحركة.

الحـل:

أ)الإزاحة

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x}_f - \mathbf{x}_i = 4 - 12 = -8m$$

ب) متوسّط السرعة

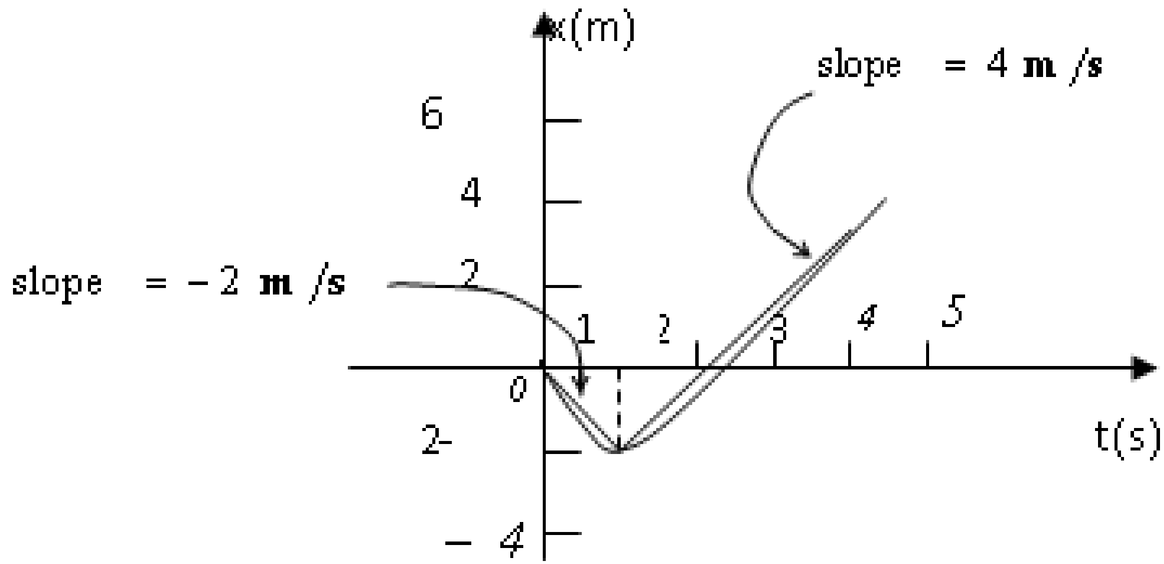
$$\bar{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{v}_{av} = \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_i}{t_f - t_i} \qquad \boldsymbol{v}_{av} = \frac{4-12}{3-1} = \frac{-8}{2} = -4\,m/s$$

ج) معدّل الحركة

$$v = \frac{|4+12|}{|3+1|} = \frac{16}{4} = 4\ m/s$$

مـثال (2-2):

يتحرّك جسم على المحور السيني كما هو موضّح في شكل (2-5)، وذلك وفْق العلاقة التالية: $x = -4t + 2t^2$.



أ) الإزاحة في الفترة الزمنيّة من 0 إلى 1s،والفترة من 1s إلى 3s.

ب) متوسّط السرعة خلال الفاصلين الزمنين السابقين.

ج) السرعة اللحظيّة عندما تكون t = 2.5s.

الحـل:

أ) الإزاحة في الفترة الزمنيّة من 0 إلى 1s،والفترة الزمنيّة من 1s إلى 3s.

$$\Delta \mathbf{x}_{01} = \mathbf{x}_f - \mathbf{x}_i$$

$$\Delta \mathbf{x}_{01} = [-4\ (1) + 2(1)^2] - [-4(0) + 2(0)^2] = -2m$$

$$\Delta \mathbf{x}_{13} = [\ -\ 4(3) + 2(3)^2] - [-4(1) + 2(1)^2] = +8m$$

ب) متوسّط السرعة خلال الفاصلين الزمنين السابقين.

$$\bar{\boldsymbol{v}}_{01} = \frac{\Delta \mathbf{x}_{01}}{\Delta t} = \frac{-2}{1-0} = -2\ \text{m/s}$$

$$\bar{\boldsymbol{v}}_{13} = \frac{\Delta \mathbf{x}_{13}}{t} = \frac{8}{3-1} +\ 4\ \text{m/s}$$

ج) السرعة اللحظيّة عندما تكون t = 2.5s.

$$\boldsymbol{v}_{in} = \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \frac{d}{dt}(-4t + 2t^2)$$

$$\boldsymbol{v} = 4\ (-1 + t) = 4\ (-1 + 2.5) = +6m/s$$

مـثال (2-3):

لدينا جسم يتحرك كما هو موضّح بيانيّاً في شكل (2-6)، وذلك وفْق العلاقة التالية: $\mathbf{x} = 3t^2$. احسب السرعة اللحظيّة عندما تكون $t = 3$ s.

الحـل:

حيث أنّ: $\mathbf{x}_i = 3t^2$

فإنّ "السرعة اللحظيّة" تُعطى بالعلاقة:

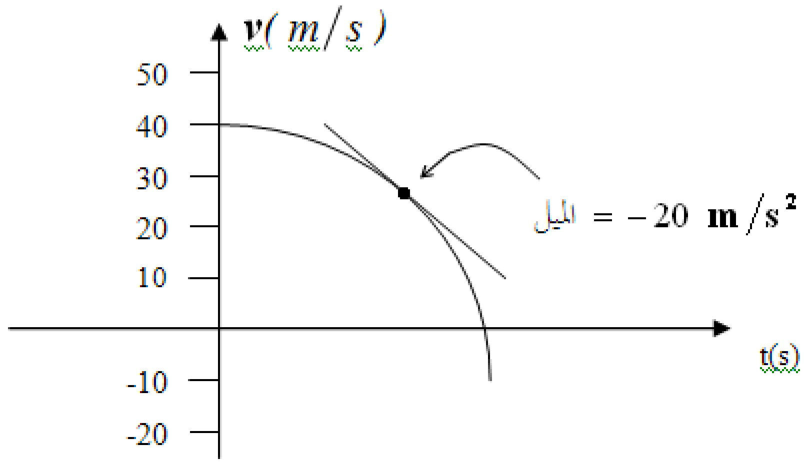
$$\boldsymbol{v} = \frac{d\mathbf{x}}{dt} = 6t$$

عندما تكون $t = 3s$، فإنّ :

$\boldsymbol{v} = 6 \times 3 = 18$ m/s

مـــثال (2-4):

يتحرّك جسم بسرعة حسب العلاقة: $v = 40 - 5\ t^2$، ويوضّح شكل (2-7) تغيّر الدّالة $v(t)$ وبميّل مقداره $-20 m/s^2$.



شكل (2-7)

احسب:

أ) متوسّط التسارع في الفاصل الزمني من 0 إلى 2s.

ب) التسارع اللحظي عندما تكون t = 2s.

الحـــل: أ)

$$v_i = [40 - 5(0)^2] = +40 \text{ m/s}$$

$$v_f = [40 - 5(2)^2] = +20 \text{ m/s}$$

$$\Delta t = t_f - t_i = 2 - 0 = 2s$$

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{20 - 40}{2 - 0} = \frac{20}{2} = -10 \text{ m/s}^2$$

ب) في حالة $t = 2s$، فإنّ:

$$v = 40 - 5t^2$$

$$a_m = \frac{dv}{dt} = -10t$$

$$a_m = -10 \times 2 = -20 \text{ m/s}^2$$

مـــثال (2−5):

سيّارة سباق تبدأ بتسارعٍ من السكون لتصل إلى سرعة 12m/s بعد 8s، فإذا اعتبرنا أنّ التسارع ثابت، فاحسب:

أ) التسارع. ب) المسافة التي تقطعها السيّارة خلال 8s.

ج) السرعة النهائيّة.

الحـــل:

أ) $$\mathbf{a} = \frac{v_f - v_i}{t} = \frac{12-0}{8} = +1.5\ \mathrm{m/s^2}$$

ب) $$\mathbf{x} = \frac{1}{2}(v_i + v_f)t = \frac{1}{2}(0+12)(8) = 48\mathrm{m}$$

ج) $$v_f = v_i + 2\,\mathbf{a}\,\mathrm{x} = 0 + 2(1.5)(48) = 144\ \mathrm{m/s}$$

مــثال (2−6):

سقطت كُرة من السكون من سطح مبنى مرتفع، فإذا أهملنــا تــأثير مقاومة الهواء الاحتكاكيّة، فاحسب المسافة التي تقطعها الكُرة وسرعتها وذلك للأزمنة 1s , 2s , 3s.

الحــل:

باستخدام معادلات "السقوط الحر":

$$y_0 = 0 \quad , \quad t_0 = 0$$

$$\boldsymbol{v} = -\mathbf{g}\, t = -\, 9.8\, t$$

$$\mathbf{y} = -\frac{1}{2}\,\mathbf{g}.t^2 = -\frac{1}{2}\,.\,9.8\;\; t^2$$

عندما تكون $t = 1s$، فإنّ:

$$\boldsymbol{v} = -9.8\,.\,1 = -9.8\ m/s$$

$$\mathbf{y} = -\frac{1}{2}\,.\,9.8\,.\,(1)^2 = -4.90m$$

عندما تكون $t = 2s$، فإنّ:

$$\boldsymbol{v} = -19.6\ m/s$$

$$\mathbf{y} = -\,19.6\ m$$

عندما تكون $t = 3s$، فإنّ:

$$\boldsymbol{v} = -29.4\ m/s$$

$$\mathbf{y} = -\,44.1\ m$$

مـــثال (2−7):

قُذِفَ حجر من فوق مبنى ارتفاعه 50m، وذلك بســـرعة ابتدائيّـــة قدرها 20 m/s كما هو موضّح في شكل (2−8).

احسب:

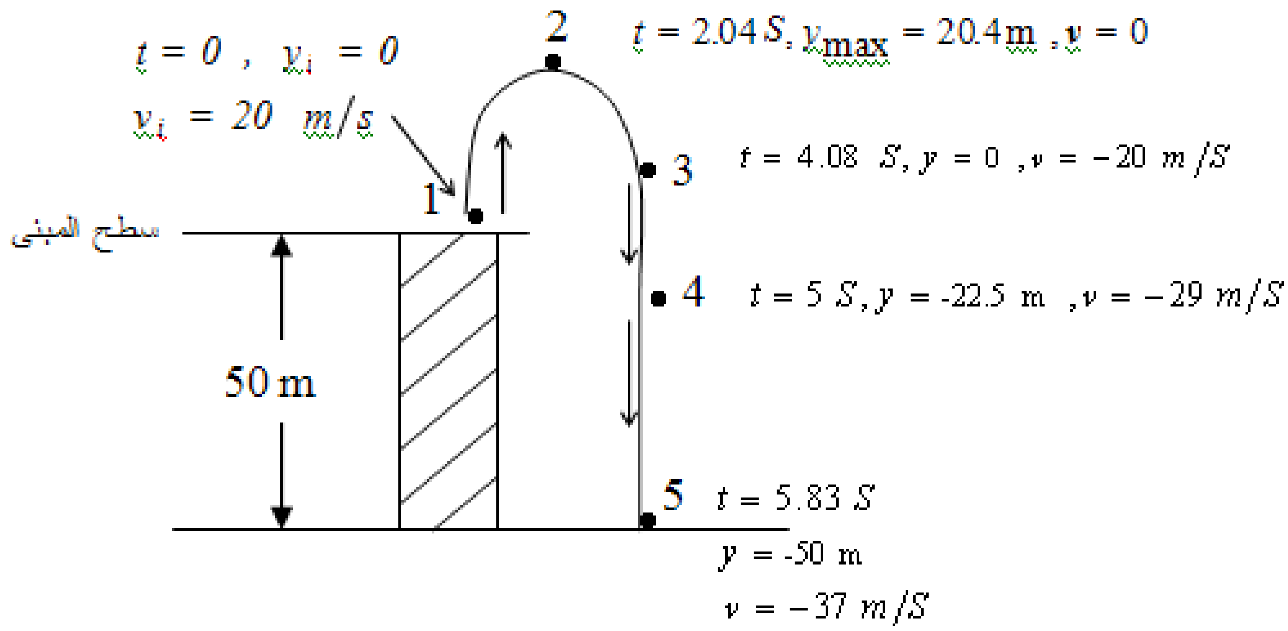
أ) الزمن اللازم لوصول الحجر إلى أعلى نقطة y_{max}.

ب) أقصى ارتفاع يبلغه الحجر y_{max}.

ج) الزمن اللازم لعودة الحجر إلى نفس مستوى سطح المبنى.

د) سرعة الحجر.

هــ) السرعة والمسافة في اللحظة $t = 5s$.



شكل (2–8)

الحــل:

أ)

$$v_f = v_i - gt$$

$$0 = 20 - 9.8t_1 \quad , \quad t_1 = \frac{20}{9.8} = 2.04s$$

ب)

$$y_f = v_i t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y_{max} = (20 \times 2.04) - \frac{1}{2}\,(9.8)\,(2.04)^2$$

$$y_{max} = 20.4 \text{ m}$$

ج)

$$y_f = v_i t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$0 = 20\,t - 4.9\,.\,t^2$$

$$t\,(20 - 4.9\,t) = 0 \quad , \quad 20 - 4.9\,t = 0$$

$$t = \frac{20}{2.9} = 4.08\ s$$

د)

$$v_f = v_i - g\,t = 20 - (9.8)\,.(\,4.08)$$

$$v_f = -\,20\ m/s$$

هـ)

$$t = 5s \quad , \quad v_f = v_i - g\,t = 20 - (9.8)\,(5)$$

$$v = -\,29\ m/s$$

$$y_f = v_i t = \frac{1}{2} g t^2$$

$$= (20)\,(5) - \frac{1}{2}\,(9.8)\,(5)^2$$

$$= -22.5\ m$$

مـــثال (2−8):

تتحـــرّك طائرة من السكون، ثمّ تتســــــارع علـــى أرض المَــــدْرَج لتُـــصبح سرعتها $v = +260\ km/h$ خــــلال زمن قـــدْره 29s. احســـب متوسّط التسارع في هذه الحالة.

الحـــل:

المُعطيات هي:

$$v_i = 0\ ,\ v_f = 260\ km/h\ ,\ t_i = 0\ ,\ t_f = 29s$$

بما أنّ:
$$v_f = \frac{260x10^3}{60x60} = 72.2m/s$$

ونحسب "متوسط التسارع" من العلاقة:

$$\bar{a} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

$$\bar{a} = \frac{72.2 - 0}{29 - 0} = 2.49\ m/s^2$$

مـــثال (2−9):

تقف طائرة مقاتلة على سطح حاملة طائرات بحريّة، وبـــدءاً مـــن السكون تحرّكت الطائرة بتسارعٍ ثابت قدْره $31 m/s^2$، فإذا بلغت ســـرعتها $62 m/s$ قبل إقلاعها، فاحسب المسافة التي تقطعها الطائرة قبل الإقلاع.

الحـــل:

المُعطيات هي:

$$v_i = 0 \quad , \quad a = 31 m/s^2 \quad , \quad v_f = 62 m/s^2$$

يُعطى الزمن الذي تستغرقه الطائرة في الحركة قبل الإقلاع بالعلاقة التالية:

$$t = \frac{v_f - v_i}{a} = \frac{62 - 0}{31} = 2s$$

$$x = \left(\frac{v_f + v_i}{2}\right).t = \left(\frac{62 + 0}{2}\right)x2 = 62m$$

مـــثال (2–10):

تحرّك قارب بتسارع ثابت قدْره $2m/s^2$، فإذا كـــانت الســـرعـــة الابتدائيّة $6\ m/s$، فاحسب مقدار الإزاحة التي يقطعها القارب بعد مرور $8s$.

الحـــل:

المُعطيات هي:

$$\mathbf{a} = 2m/s^2 \quad , \quad \boldsymbol{v}_i = 6m/s \quad , \quad t = 8s$$

وتُعطى السرعة النهائيّة للقارب بالعلاقة التالية:

$$\boldsymbol{v}_f = \boldsymbol{v}_i + at = 6 + (2 \text{ x } 8) = 22 \text{ m/s}$$

أمّا الإزاحة فهي:

$$\mathbf{x} = \left(\frac{\boldsymbol{v}_f + \boldsymbol{v}_i}{2}\right).t = \left(\frac{22+6}{2}\right)x8 = 112m$$