الفصل الثاني عشر : المرونـــة

الإجـهاد: القوة المؤثّرة عموديّاً على وحدة المساحة (N/m^2)

$$S = \frac{F}{A}$$

الانـفعال: استجابة الجسم للقوة المؤثّرة عليه مما يُسبّب ما يطرأ عليه من تغيّر

$$e = \frac{\Delta L}{L_o}$$

وينقسم الاجهاد الى ثلاث انواع

1- اجهاد القص

2- الاجهاد الطولي

3- الاجهاد الحجمي

3-12) قانون هوك:

عند التاثير بقوة ما على سلك فا السلك يزداد طوله طالما الاجهاد والانفعال في المدي الخطي للمرونة وتكون العلاقة بين القوة والزيادة في طول السلك كالتالي :

$$F = k\,x$$

حيث F القوة المؤثّرة ، x مقدار الاستطاالة ، k ثابت التناسب ويُسمّى ثابت القوة

معامل ينج

يعرف معامل المرونة الطولي باسم معامل ينج

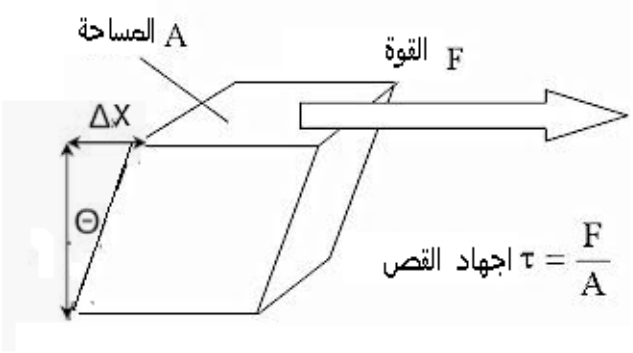
$$Y = \frac{FL_o}{A.\Delta L}$$

وهو يساوي حاصل قسمة الاجهاد الطولي على الانفعال الطولي

ووحدة معامل المرونة بشكل عام هي وحدة الاجهاد N/m^2

4-12) إجـهاد القـصّ:

لنفترض أنّ السطح ABCD يخضع لقوى قصّ كما هو مُبيّن فى شكل (3-12) ممّا يؤدّي إلى تغيّر شكله ليُصبح (A'B'C'D')مع مراعاة



عدم تجاوز "حدّ المرونة". وفي هذه الحالة يُعرّف "إجهاد القصّ" S_s بأنّه: "القوة F المماسّة للسطح والمؤثّرة على وحدة المساحة"، ويُكتب رياضيّاً كما يلي:

$$S_s = \frac{F}{A}$$

حيث A هي مساحة السطح.

أمّا "انفعال القصّ" e_s فيُعرّف بأنّه: "النّسبة بين الإزاحة x ،المتحقّقة عند الرّكن A، إلى الطول h

$$Tan\phi = \Delta x/h$$

وفي هذه الحالة معامل المرونة يطلق عليه معامل القص و هو يساوي

$$G = \frac{\text{إجهاد القص}}{\text{انفعال القص}} = \frac{F/A}{x/h}$$

5-12) التغيّر الحجمي:

اذا تعرض الجسم الى ضغط على جميع اجزائه فان الاستجابة تكون بتغير الحجم

ويسمى معامل المرونة في هذه الحالة بالمعامل الحجمي للمرونة

$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V / V_o}$$

ويعرف مقلوب معامل المرونة الحجمي بالانضغاطية

$$k = \frac{1}{B} = -\frac{\Delta V / V_o}{\Delta P}$$

مـــثال (12–1):

أثّرت قوة قدرها 2500N على سلك معدني طوله 10m، وقطـــره 3.5mm، فاستطال بمقدار 0.5cm، فاحسب:

أ) الإجهاد ب) الإنفعال جـــ) معامل يونج للسلك .

الحـــــل:

أ) يُعطى "الإجهاد" بالعلاقة:

$$S = \frac{F}{A}$$

وحيث أنّ:

$$A = \pi . r^2$$

$$= (1.75 \times 10^{-3})^2 \ \pi$$

$$= 0.096 \times 10^{-4} \ m^2$$

$$S = \frac{2500}{0.096} \times 10^4$$

$$= 2.6 \times 10^8 \quad N/m^2$$

ب) يُعطى "الإنفعال" بالعلاقة:

$$e = \frac{\Delta L}{L_o}$$

$$= \frac{0.5 \times 10^{-2}}{10}$$

$$= 0.5 \times 10^{-3}$$

جـــ) يُعطى "معامل يونج" بالعلاقة:

$$Y = \frac{S}{e}$$

$$= \frac{2.6 \times 10^8}{0.5 \times 10^{-3}}$$

$$= 5.2 \times 10^{11} \quad N/m^2$$

مـــثال (12–2):

إذا عرفت أنّ قيمة معامـــل يونج للحديد الصلب هي $2x10^{11}Nm^{-2}$ فاحسب قوة الشدّ اللازمة للتأثير على سلك من الحديد الصلب طوله 6cm، وقطره 1.6mm، إذا كانت الاستطالة المطلوبة هي 1mm.

الحـــل:

يُعطى "معامل يونج" بالعلاقة:

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L_o}$$

$$\therefore \quad F = YA\,\frac{\Delta L}{L_o}$$

ونظراً لأنّ:

$$Y = 2 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$$
$$\Delta L = 1\ mm = 1 \times 10^{-3}\ m$$
$$L_o = 6\ cm = 6 \times 10^{-2}\ m$$
$$A = \pi r^2 = (0.8 \times 10^{-3})^2\,\pi = 2 \times 10^{-6}\ m^2$$

فإنّنا نحصل على:

$$F = 2x10^{11} \times 2 \times 10^{-6} \times \frac{10^{-3}}{6x10^{-2}}$$

$$= 6666.7\ N$$

مـــثال (12–3):

نابض مُعلّق به ثقل قدْره 45N، وعند قياس طول النابض وُجِدَ أنه 32cm . تمّ بعد ذلك إقصاء هذا الثقل ووضع ثقل آخر وزنه 55N، فاستطال النابض بمقدار 13cm .احسب:

أ) ثابت النابض. ب) الطول الأصلي للنابض.

الحـــل:

وفْق "قانون هوك" فإنّ:

$$F = kx$$

وبالاستفادة من المعلومات المُعطاة في الوضع الثاني نجد أنّ:

أ)

$$k = \frac{F_2}{X_2}$$

$$= \frac{55}{0.13} = 423 \quad N/m^2$$

ب) أمّا بالنّسبة للوضع الأوّل، فإنّ:

$$k = \frac{F_1}{X_2}$$

أيّ أنّ:

$$X_1 = \frac{45}{423} = 0.106m = 10.6\ cm$$

وبالتالي فإنّ طول النابض الأصلي هو:

$$L_o = 32 - 10.6 = 21.4\ cm$$