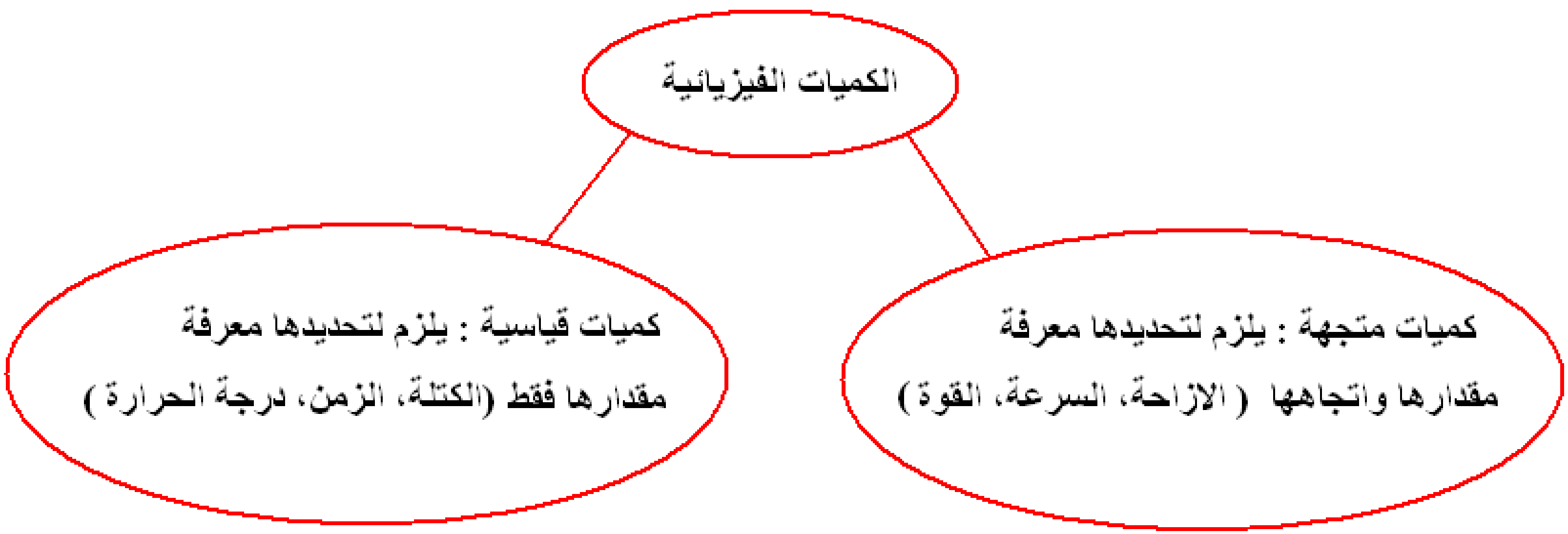
الفصل الأوّل
الكميات الفيزيائية وتحليل المتجهات

(1.1) مقدمـة

الفيزياء : فرع من العلوم يهتم بطبيعة وخصائص المادة والطاقة. يشمل دراسة ظواهر في الميكانيكا ، والحرارة ، والضوء ، والإشعاع الآخر ، والصوت ، والكهرباء ، والمغناطيسية ، وهيكل الذرات، ...

(1. 2) الكمّيات الفيزيائيّة

- الكمية المادية هي خاصية لمادة أو نظام يمكن تعينها عن طريق القياس.
- يمكن التعبير عن الكمية المادية كمجموعة من القيمة العددية والوحدة.



(1. 3) الوحدات والمقاييس

إن الكميّات الفيزيائية يجب أن تكون كميات قابلة للقياس، وهذا يحتم أن تكون أبعادها الفيزيائية متجانسة، وبالتالي تصبح الحاجة إلى وحدات قياس أمرا ضروريا في التعامل مع الكميّات الفيزيائيّة.

الوحدات الفيزيائية تنقسم الى

وحدات اساسية (وحدة الطول ، الكتلة ، الزمن ، درجة الحرارة ، ...)

وحدات مُشتقّة (وحدة السرعة ، القوة ، التسارع ، الزخم ، ...)

Length	meter (m)
Mass	kilogram (kg)
Time	second (s)
Electrical Current	ampere (A)
Thermodynamic Temperature	kelvin (K)
Amount of Substance	mole (mol)
Luminous Intensity	candela (cd)

yotta-	Y	10^{24}	yocto-	Y	10^{-24}
zetta-	Z	10^{21}	zepto-	Z	10^{-21}
exa-	E	10^{18}	atto-	E	10^{-18}
peta-	P	10^{15}	femto-	P	10^{-15}
tera-	T	10^{12}	pico-	T	10^{-12}
giga-	G	10^{9}	nano-	G	10^{-9}
mega-	M	10^{6}	micro-	M	10^{-6}
kilo-	k	10^{3}	milli-	k	10^{-3}
hecto-	h	10^{2}	centi-	h	10^{-2}
deka-	da	10^{1}	deci-	da	10^{-1}

(4 .1) الكثافة والكتل الذريـة

تعرف الكثافة بأنها الكتلة لوحدة الحجوم

$$\rho = \frac{m}{V}$$

حيث m الكتلة بوحدة الكيلو جرام ، V الحجم بوحدة المتر المكعب، ومما سبق يتضح أن وحدة الكثافة هي (kg/m^3)

أما في الفيزياء الذرية والنووية فتعطى وحدة الكتلة الذرية (amu أو اختصاراً u) بالمقدار التالي

$$1\ u = 1.660502 \times 10^{-27}\ kg$$

$$1\ u = 931.5\ MeV = 931.5 \times 10^{6}\ eV$$

$$1\ eV = 1.6 \times 10^{-19} J$$

(5 .1) تحليل الأبعاد

يساعد تحليل الأبعاد الفيزيائية على إيجادِ وحدات المقدار غير المعروف والمطلوب قياسه، وذلك ليتم إضافة وحدة جديدة تناسب النظام الدولي للوحدات.

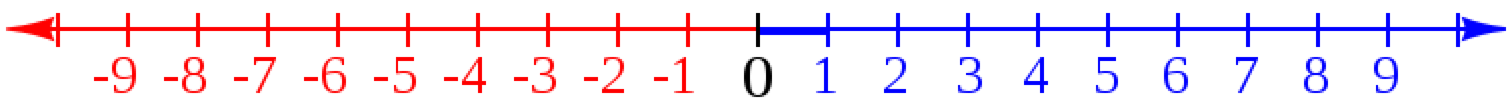
يوضح الجدول التالي مثالا نموذجيا لتطور وحدات القياس والأبعاد الفيزيائية المختلفة مع ملاحظة أن العدد الثابت ليس له أبعاد فيزيائية

النظام	الطول	المساحة	الحجم	السرعة	التسارع
الدّولي (SI)	[L] m	[L^2] m^2	[L^3] m^3	[L/T] m/s	[L/T^2] m/s^2

(6 .1) محاور الإسناد المرجعية

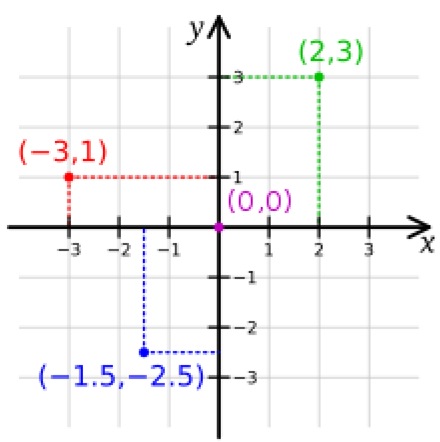
محاور الإسناد تساعد على دراسة وتبسيط حركة الجسم المتحرك في الوسط المحيط به

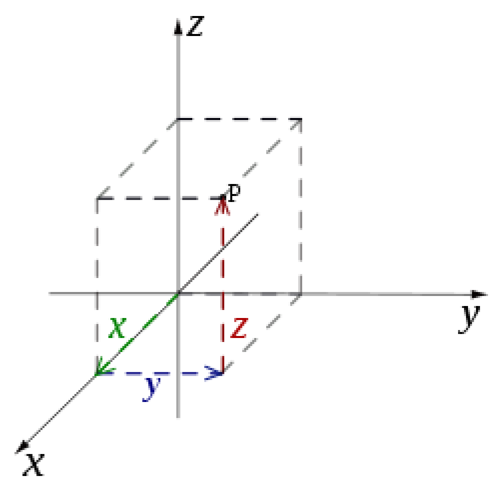
نميز أيضا طبيعة الحركة من حيث كونها أحادية البعد



(الحركة الخطية)، وثنائية الأبعاد ،

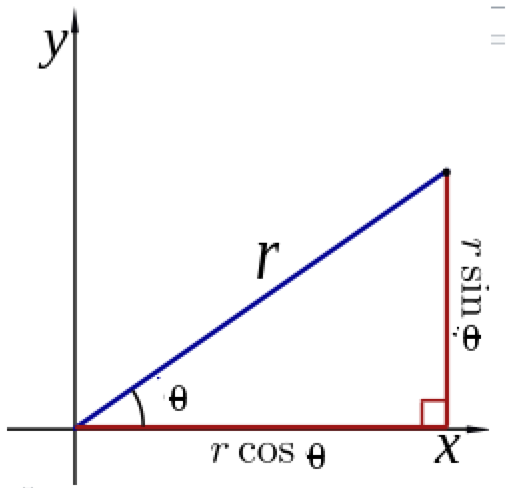
وثلاثيّة الأبعاد الفراغيّة كالحركة الدورانية والحركة الاهتزازية وغيرهما





(8 .1) تحليل المتجهات

ويمثّـل "المتجه برمز متميز له طول محدد ومسار واتجاه ونقطة تأثير وزاوية ميل، ويرمز للمتجه بحرف مميزٍ مثل **r** أو **<u>r</u>**

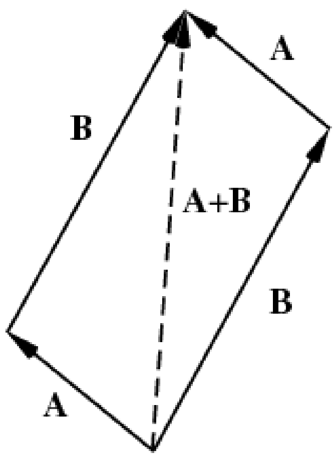


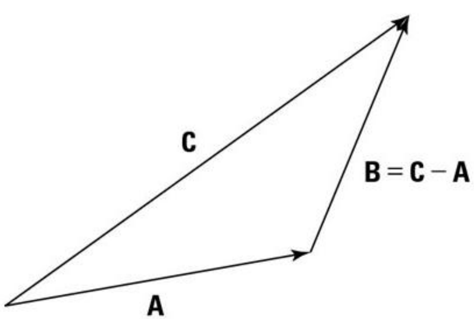
$$\sin\theta = \frac{y}{r} \quad , \quad y = r.\sin\theta$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} \quad , \quad x = r.\cos\theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad , \tan\theta = \frac{y}{x}$$

(1. 10) المتجـهات وخصائصها





تساوي المتّجهات: يتساوى متّجهان إذا كان لهما نفس المقدار والاتّجاه

A = B

أما إذا كان اتّجاه **B**هو عكس اتجاه **A**

A = - B

لمتّجهين متساويين ومتعاكسين في الاتّجاه

A + (-B) = 0

جمْع المتّجهات: يختلف جمْع المتّجهات عن جمْع "الكميّات القياسيّة"، ويُمْكن استخدام قاعدة "متوازي الأضلاع" لإيجاد "المحصّلة"

R = A + B

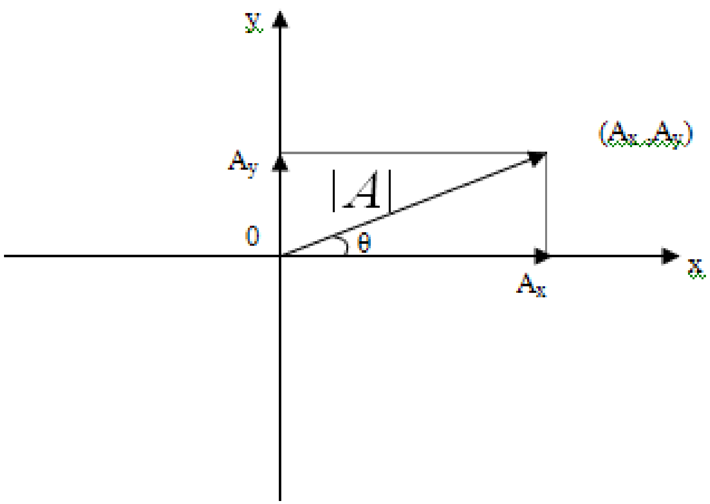
A + B = B + A

A + (B + C) = (A + B) + C

طرْح المتّجهات: تتمّ عملية "طرْح المتّجهات" بصورة مشابهة للجمْع مع مراعاة رسم المتّجه **B** في الاتّجاه المعاكس

(11 .1) مـركبات المـتجـه

المتّجه **A** في مستوى الإحداثيات (xy)
فان مقدار A_x , A_y وزاوية الميل θ من العلاقات التالية



$$\cos\theta = \frac{\mathbf{A}_x}{\mathbf{A}}$$

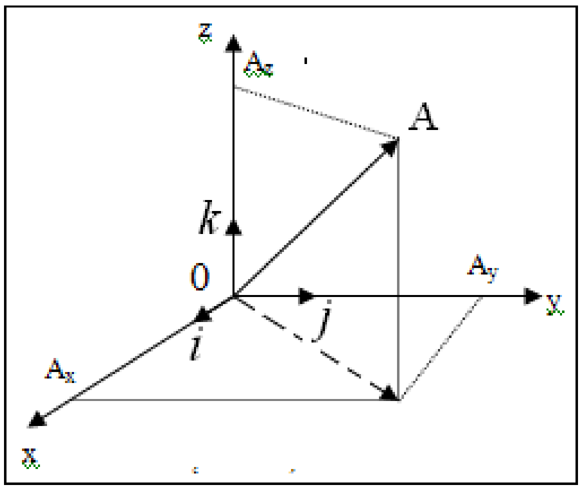
$$\sin\theta = \frac{\mathbf{A}_y}{\mathbf{A}}$$

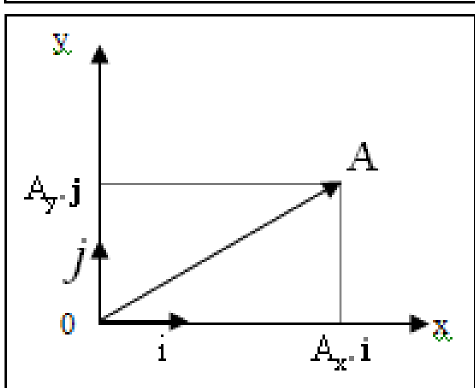
$$\tan\theta = \frac{\mathbf{A}_y}{\mathbf{A}_x}$$

$$\mathbf{A}^2 = \mathbf{A_x}^2 + \mathbf{A_y}^2$$

حيث θ تقاس في اتجاه عكس عقارب الساعة من محور x

(12 .1) متجه الوِحدة





يعرف متجه الوحدة ،في اتّجاه المتّجه **A**

$$\mathbf{u}_A = \frac{\mathbf{A}}{|A|}$$

ومن خصائصه ان له اتّجاه محدد و مقداره واحد

متّجهات الوِحْدة الرئيسة :

متّجه الوِحْدة **i** ، وهو يعمل في الاتّجاه الموجب للمحور X.

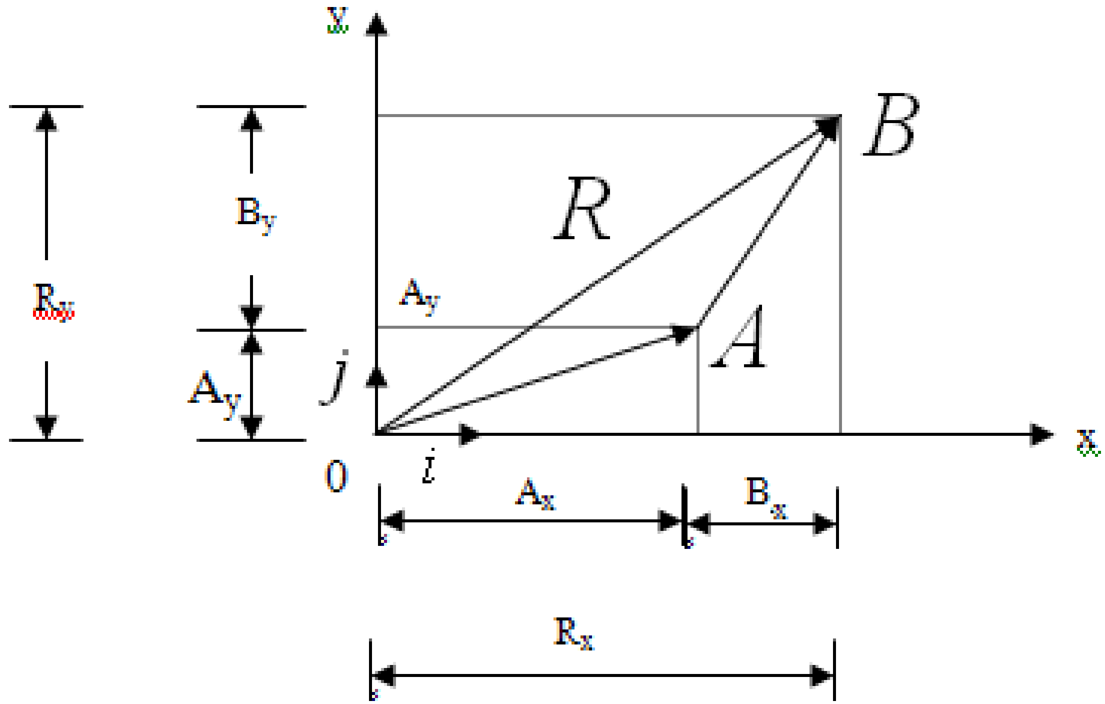
متّجه الوِحْدة **j**، وهو يعمل في الاتّجاه الموجب للمحور Y.

متّجه الوِحْدة **k** ، وهو يعمل في الاتّجاه الموجب للمحور Z.

ويمكن أن نكتب أي متجه بدلالة مركباته ومتّجهات الوحدة

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j}$$

$$\mathbf{B} = B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j}$$



ويمكن اجراء العمليات الجبرية على المتجهات بدلالة مركبات المتجه ومتجهات الوحدة الرئيسية وفي حالة الجمع يتم كالتالي :

$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$, $\mathbf{R} = (A_x + B_x)\,\mathbf{i} + (A_y + B_y)\,\mathbf{j}$, $\mathbf{R} = R_x\,\mathbf{i} + R_y\,\mathbf{J}$

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{R}_x &= A_x + B_x \\ \mathbf{R}_y &= A_y + B_y \end{aligned}\right\} \qquad \mathbf{R} = \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2} \qquad \tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{A_y + B_y}{A_x + B_x}$$

(1. 13 .1) ضرب المتجهات قياسيا

يعرف الضرب القياسي بين متجهين B , A بانه

$$\mathbf{A.\ B} = |\ A\ |\ \ |\ B\ |\ \cos\theta$$

$$\mathbf{A.B} = (\ A_x\,\mathbf{i} + A_y\,\mathbf{j} + A_z\,\mathbf{k}).(\ B_x\,\mathbf{i} + B_y\,\mathbf{j} + B_z\,\mathbf{k})$$

$$= \mathrm{A_x B_x}\,\mathbf{i.i} + \mathrm{A_x B_y}\,\mathbf{i.j} + \mathrm{A_x B_z}\,\mathbf{i.k} + \mathrm{A_y B_x}\,\mathbf{j.i} + \mathrm{A_y B_y}\,\mathbf{j.j} + \mathrm{A_y B_z}\,\mathbf{j.k}$$
$$+ \mathrm{A_z B_x}\,\mathbf{k.i} + \mathrm{A_x B_y}\,\mathbf{k.j} + \mathrm{A_z B_z}\,\mathbf{k.k}$$

$$\mathbf{i.i} = \mathbf{j.j} = \mathbf{k.k} = 1$$
$$\mathbf{i.j} = \mathbf{j.k} = \mathbf{k.i} = 0$$

$$A \bullet B = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

(1. 13. 2) الضرب التجاهي

يعرف الضري الاتجاهي بين متجهين A, B كالتالي :

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = |\mathbf{A}| \, . \, |B| \sin\theta \, . \, \mathbf{n}$$

حيث **n** متجه الوحدة في الاتّجاه **A x B**، وهو عمودي على المتّجهين **A**، **B**

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (A_x\,\mathbf{i} + A_y\,\mathbf{j} + A_z\,\mathbf{k}) \times (B_x\,\mathbf{i} + B_y\,\mathbf{j} + B_z\,\mathbf{k})$$

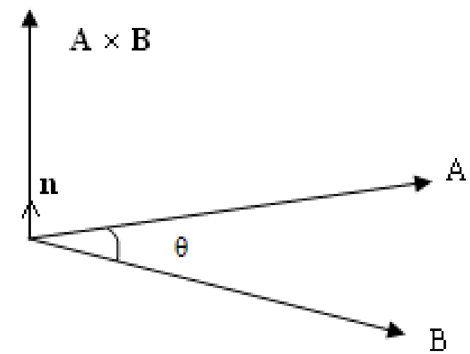
$$A \times B = A_x B_x \mathbf{i}x\mathbf{j} + A_x B_y \mathbf{i}x\mathbf{j} + A_x B_z \mathbf{i}x\mathbf{k} + A_y B_x \mathbf{j}x\mathbf{i} + A_y B_y \mathbf{j}x\mathbf{j} + A_y B_z \mathbf{j}x\mathbf{k}$$
$$+ A_z B_x \mathbf{k}x\mathbf{i} + A_z B_y \mathbf{k}x\mathbf{j} + A_z B_z \mathbf{k}x\mathbf{k}$$

$$\mathbf{i}\mathrm{x}\mathbf{i} = \mathbf{j}\mathrm{x}\mathbf{j} = \mathbf{k}\mathrm{x}\mathbf{k} = 0$$
$$\mathbf{i}\mathrm{x}\mathbf{j} = \mathbf{k}, \mathbf{j}\mathrm{x}\mathbf{k} = \mathbf{i}, \mathbf{k}\mathrm{x}\mathbf{i} = \mathbf{j}$$
$$\mathbf{j}\mathrm{x}\mathbf{i} = -\mathbf{k}, \mathbf{k}\mathrm{x}\mathbf{j} = -\mathbf{i}, \mathbf{i}\mathrm{x}\mathbf{k} = -\mathbf{j}$$

$$\mathrm{A} \times \mathrm{B} = (\mathrm{A_y B_z} - \mathrm{A_z B_y})\mathbf{i} + (\mathrm{A_z B_x} - \mathrm{A_x B_z})\mathbf{j} + (\mathrm{A_x B_y} - \mathrm{A_y B_x})\mathbf{k}$$

ويمكن كتابة ناتج الضرب الاتجاهي في صورة محدد كالتالي

$$A \times B = \begin{vmatrix} i & j & k \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$



وينبغي ملاحظة أنه في حالة الضرب القياسي، فإن:

A.B = B.A

أما في حالة الضرب الاتجاهي فإن:

A x **B = - B** x **A**

أمثلة محلولة : راجع الكتاب من مثال (1-1) الى (14-1)

مثال(1-4) : أثبت أن العلاقة التالية صحيحة الأبعاد الفيزيائية:

$$\mathbf{x} = \boldsymbol{v}\text{t} + \frac{1}{2}\,\mathbf{at}^2$$

حيث **x** المسافة، ***v*** السرعة، **a** التسارع، t الزمن.

الحل:

-

من الواضح أنّ المقدار (1/2) ليس له أبعاد فيزيائيّة.

$[\,x\,] = [L]\,,\quad [\boldsymbol{v}] = [L/T],\quad [\,t\,] = [T],\quad [a] = [L/T^2]\,,\quad [t^2] = [T]^2$

بالتعويض:

$$[\,L\,] = \left[\frac{[L]}{[T]}\ \text{x}\ [T]\right] + \left[\frac{[L]}{[T]^2}\ \text{x}\ [T]^2\right]$$

$$[\,L\,] = [\,L\,]$$

ويتضح تطابق الأبعاد الفيزيائية، وبالتالي صحة العلاقة الواردة أعلاه.

مـثال (1-8):

ليكنْ لدينا المتّجهان **B, A** حيث:

$\mathbf{A} = 2\,\mathbf{i} + 3\,\mathbf{j}\,, \quad \mathbf{B} = -\,\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$

أوجد ناتج الضرب القياسي والزاوية بينهما.

الحـل:

$A_x = 2\,,\; A_y = 3\,,\; B_x = -1\,,\; B_y = 2$

$$\mathbf{A}\,.\,\mathbf{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

$$= (2 \text{ x } -1) + (3 \text{ x } 2) + 0 = 4$$

لايجاد الزاوية فان

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = \sqrt{13}$$

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{(-1)^2 + (2)^2} = \sqrt{5}$$

$$\cos\theta = \frac{\mathbf{A}\,.\,\mathbf{B}}{A\,.\,B} = \frac{4}{\sqrt{13}.\,\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{65}} = 60^o$$

مثال (14-1): أوجد الزاوية بين المتّجهين:

A = 3 **i** - 4 **j** + 5 **k**

B = - **i** + 2 **j** - 3 **k**

وذلك باستخدام قاعدة الضرب القياسي

الحل:

$$\cos\theta = \frac{\mathbf{A.B}}{|A||B|}$$

$$\mathbf{A.B} = -3 - 8 - 15 = -26$$

$$|A| = \sqrt{(3)^2 + (-4)^2 + (5)^2} = \sqrt{50}$$

$$|B| = \sqrt{(-1)^2 + (2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{14}$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{-26}{\sqrt{50}\sqrt{14}}\right) = 169^o$$