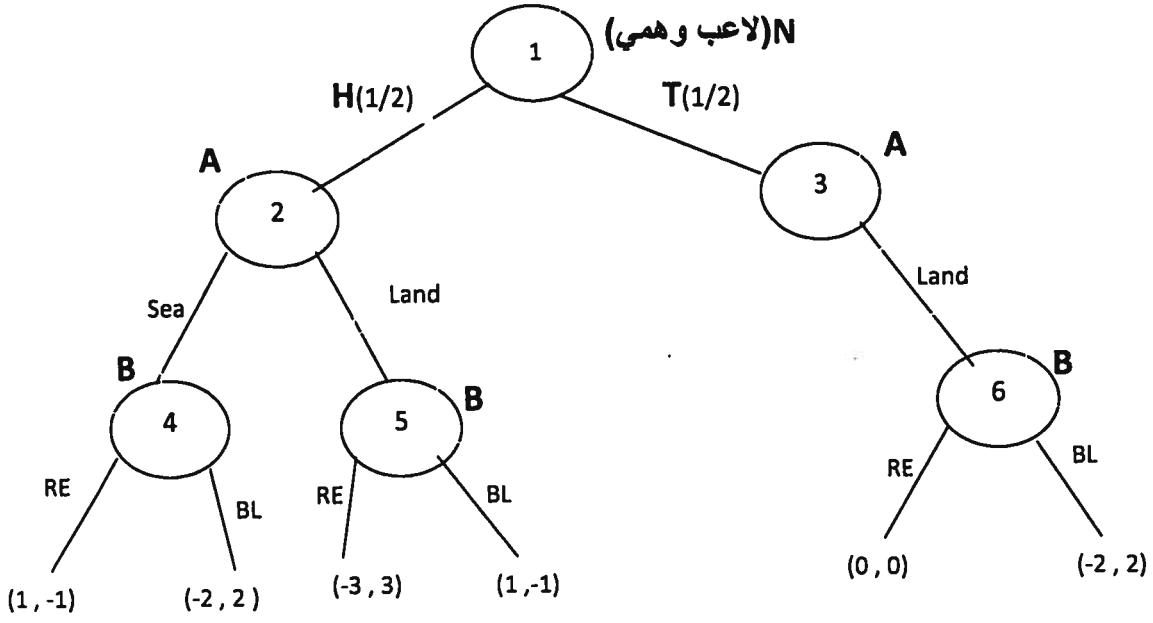
المسألة 1: توجد على طاولة بطاقتين، الأولى لونها أخضر والثانية لونها أحمر. يقوم A بسحب إحدى البطاقتين ثم ينظر إليها. **فإذا كان لون البطاقة أخضر** فعلى الاعبين A وB أن يكتب كل واحد منهما رقما واحدا على ورقة ولا يراه الاخر ثم تكشف الأوراق معاً فإذا كانت الأرقام كلها فردية أو كلها زوجية فإن B يدفع لـ A ريالين و إذا كانت الأرقام غير ذلك فإن A يدفع لـ B ريالا واحدا.أما **إذا كان لون البطاقة أحمر** فعلى A و B أن يكتب كل منهما **رقمين** على ورقة ولا يراه الآخر ثم تكشف الأوراق معاً فإذا كانت الأرقام كلها فردية أو كلها زوجية فإن B يدفع لـ A ثلاثة ريالات و إذا كانت الأرقام غير ذلك فإن A يدفع لـ B ريالا واحدا. المطلوب :

1 ـ رسم شجرة المباراة

2 - إيجاد استراتيجيات كلاً من اللاعبين A وB ومصفوفة المباراة .

3 ـ هل للمباراة حل في مجموعة الإستراتجيات الصافية ؟ وضح إجابتك .

المسألة 2 : لنفترض أن المباراة بين شخصين A و B معطاة بالشجرة التالية :



1ـ إيجاد استراتيجيات كلاً من اللاعبين A وB ومصفوفة المباراة .

2 ـ هل للمباراة حل في مجموعة الإستراتجيات الصافية ؟ وضح إجابتك .

المسألة 3 : لتكن مصفوفة المباراة التالية :

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 6 & 3 & 1 \\ 2 & 8 & 4 \end{bmatrix}$$

المحور البدائي

$x^* = (\frac{3}{7}\ \frac{2}{7}\ \frac{2}{7})$ $y^* = (\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{4})$

1- اكتب البرامج الخطية للشركتين A و B.

2- أوجد الإستراتيجية المثلى لكلا الشركتين وقيمة المباراة باستخدام البرمجة الخطية .

المسألة 4 : هل للمبارات التالية حل في مجموعة الإستراتجيات الصافية ؟. في حالة كان جوابك بنعم فحدد الحل الأمثل للمباراة.

$$\begin{bmatrix} 18 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 10 \\ 5 & 4 & 5 \\ 16 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 5 & 2 & 0 \\ 6 & 7 & 3 \end{bmatrix}$$

المسألة 5 : لديك المباراة الثنائية التالية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (2\ ,\ -2) & (-2,\ 1) \\ (1\ ,\ 3) & (5\ ,\ 0) \end{bmatrix}$$

1) هل للمباراة نقاط توازن في مجموعة الإستراتيجيات الصافية ؟.

2) أوجد جميع نقاط التوازن لهذه المباراة **بطريقة سواستكا** .

المسألة 6: لديك المباراة الثنائية التالية والتي سنعتبرها مباراة تعاونية :

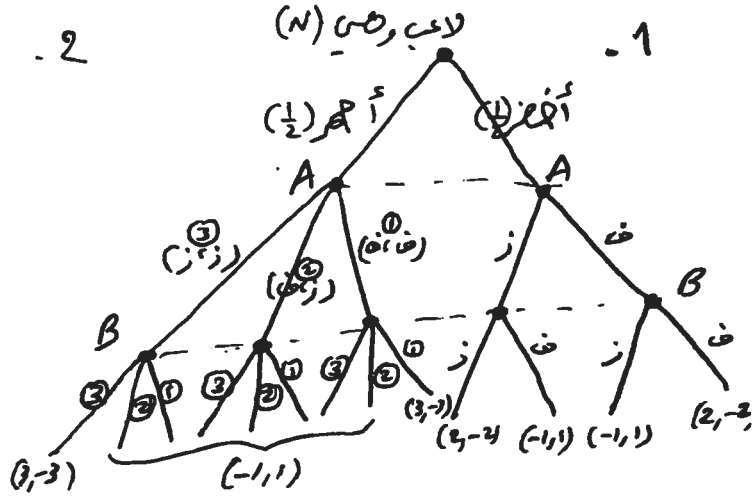
$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (2\ ,\ 1) & (4\ ,\ 3) \\ (6,\ 2) & (3\ ,\ 1) \end{bmatrix}$$

1) ارسم مضلع العوائد(payoff region)، مجموعة باريتو(Pareto set)،

2) أوجد نقطة الأمان(security point) ثم حدد في الرسم فئة التفاوض(bargaining set) .

المسألة 1 :

1.



2. استراتيجيات A و B .

A	إذا لون البطاقة أحمر	إذا لون البطاقة أسود	B
A_1	ز	ز	B_1
A_2	ز	ف	B_2
A_3	ف	ز	B_3
A_4	ف	ف	B_4
A_5			B_5
A_6			B_6

B	إذا لون البطاقة أحمر	إذا لون البطاقة أسود
B_1	(ز، ز)	
B_2	(ز، ف)	
B_3	(ف، ز)	
B_4	(ف، ف)	
B_5		
B_6		

3.

$$G = \begin{array}{c|cccc|c} & & & & & G_2 \\ \hline G_1 & 5/2 & 1/2 & 1/2 & 1 & -1 & -1 \\ & 1/2 & 1/2 & 1/2 & -1 & -1 & -1 \\ & 1/2 & 1/2 & 5/2 & -1 & -1 & 1 \\ \hline & 1 & & G_2 & & G_1 & \end{array}$$

3 - لا يوجد حل للمباراة في مجموعة الاستراتيجيات الصافية .

المسألة 2 :

إذا H	إذا T	
Land	Land	A_1
Sea	Land	A_2

1

إذا H	إذا T	
Land	Land	BL
Land	Sea	RE
Sea	Land	BL
Sea	Sea	RE

BL	BL	B_1
RE	BL	B_2
BL	RE	B_3
RE	RE	B_4

$$G = \begin{bmatrix} -1/2 & -3/2 & -1/2 & -3/2 \\ -2 & -1 & -1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

2 - لا يوجد سرج في المصفوفة .

المسألة 3 :

1- برنامج A : $\min z = \sum_{i=1}^{m} x_i$

s.t. $G^T \bar{x} \geq e \quad e^T = (1,1,1,1)$

$\bar{x} \geq 0$

برنامج الاعب B :

$\max w = \sum_{j=1}^{n} y_j$

s.t. $G\bar{y} \leq e$

$\bar{y} \geq 0$

2 - $x^{*T} = \left(\frac{3}{7} \; \frac{2}{7} \; \frac{2}{7}\right)$ ، $y^{*T} = \left(\frac{1}{2} \; \frac{1}{2} \; \frac{1}{2}\right)$ ، $v = 4$

سؤال 4 :

④ الحل الأمثل $\begin{bmatrix} 18 & 2 & 0 \\ - & - & - \end{bmatrix}$

$x^* = A_3$

$y^* = B_2$

$v^* = 4$

لا يوجد حل للصفر الثنائي

سؤال 5 :

1 - x .

2 - A اللاعب : $\max_{0 \le x \le 1} f_A(x,y)$

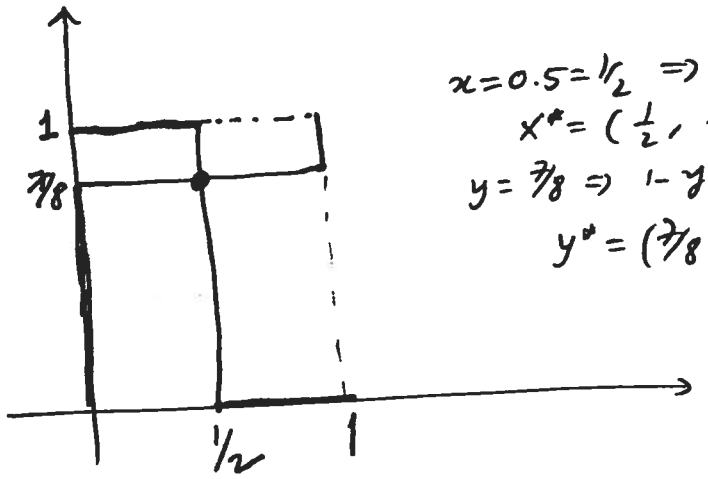
$f_A(x,y) = x(8y-3)+(-4y+5)$

$$x^* = \begin{cases} 0 & , \ y < 3/8 \\ 1 & , \ y > 3/8 \\ [0,1] & , \ y = 3/8 \end{cases}$$

B اللاعب : $\max_{0 \le y \le 1} f_B(x,y)$

$f_B(x,y) = y(-6x+3)+x$

$$y^* = \begin{cases} 0 & , \ x > 1/2 \\ 1 & , \ x < 1/2 \\ [0,1] & , \ x = 1/2 \end{cases}$$



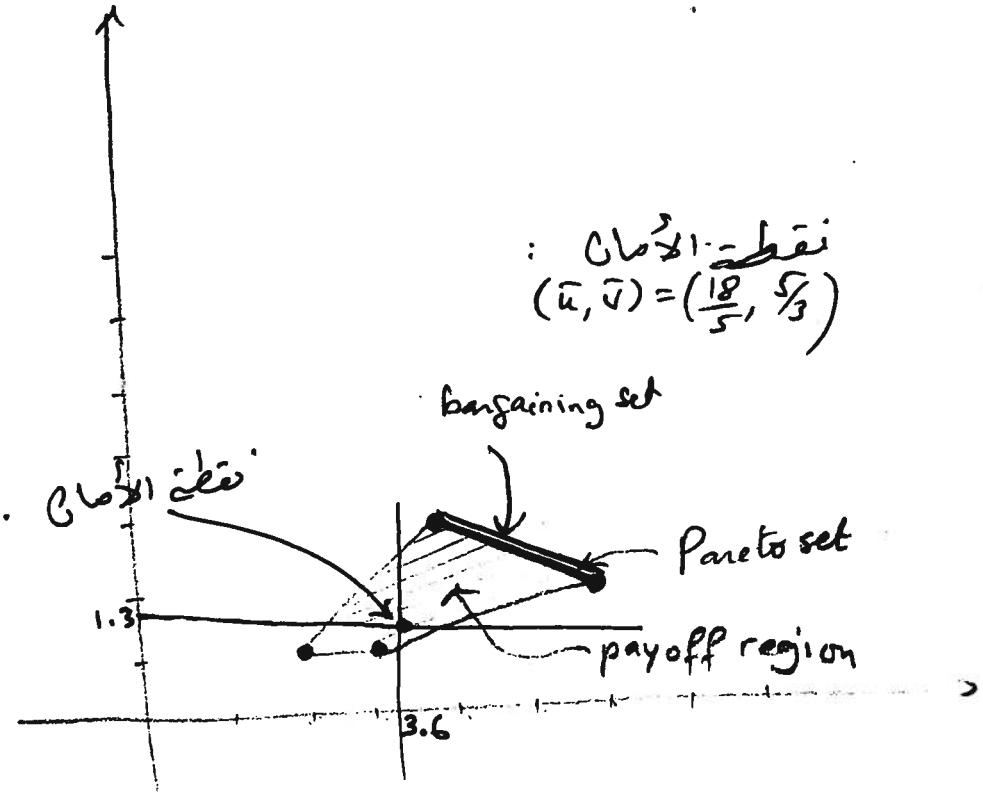
$x = 0.5 = 1/2 \Rightarrow 1-x = 1/2$

$x^* = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

$y = 3/8 \Rightarrow 1-y = 5/8$

$y^* = (3/8, 5/8)$

سؤال 6 :

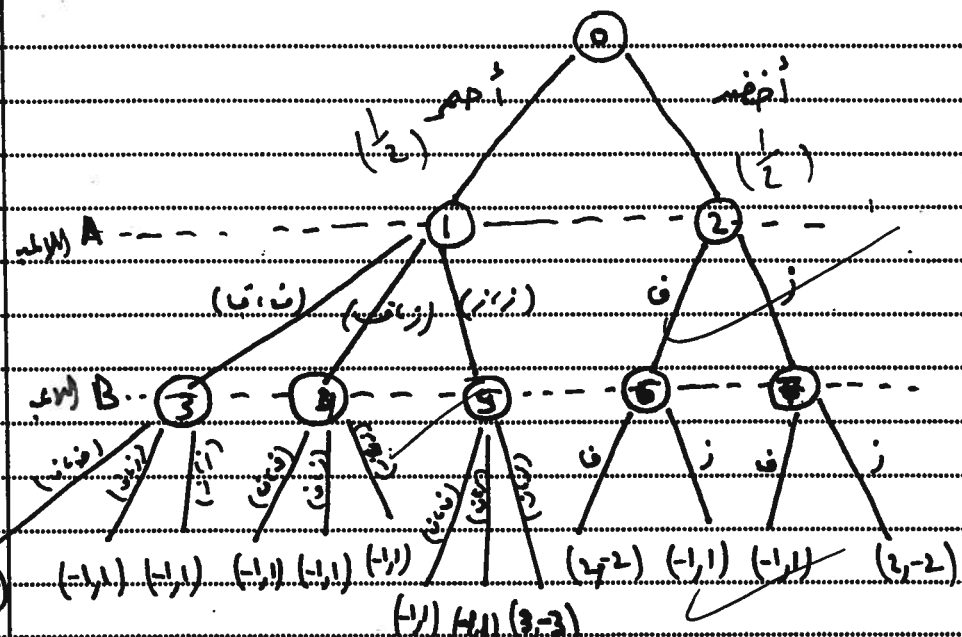


نقطة الأصل :

$(\bar{u}, \bar{v}) = (\frac{18}{5}, \frac{5}{3})$

هذا الهامش

إجابة السؤال الأول :-



2- إستراتيجيات اللاعب A هي B هي :-

	إذا كانت البطاقة أحمر	إذا كانت البطاقة أخضر	
B_1	(ز، ز)	ز	A_1
B_2	(ز، ف)	ز	A_2
B_3	(ف، ف)	ز	A_3
B_4	(ز، ز)	ف	A_4
B_5	(ز، ف)	ف	A_5
B_6	(ف، ف)	ف	A_6

G_1 =

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	
A_1	5/2	1/2	1/2	1	-1	-1	-1
A_2	1/2	1/2	1/2	-1	-1	-1	-1
A_3	1/2	1/2	5/2	-1	-1	1	-1
A_4	1	-1	-1	5/2	1/2	1/2	-1
A_5	-1	-1	-1	1/2	1/2	1/2	-1
A_6	-1	-1	1	1/2	1/2	5/2	-1
	5/2	1/2	5/2	5/2	1/2	5/2	

$\underline{V}^P = -1$

$\overline{V}^P = 1$

3- لا يوجد حل للمباراة في المجموعة لإستراتيجيات الصافية لعدم وجود سرج .

هذا الهامش

(1)

1) استراتيجيات اللاعب A :

	إذا كان T	إذا كان H
A_1	يختار Land	يختار Land
A_2	يختار Land	يختار Sea

2) استراتيجيات اللاعب B :

	إذا كان Land	إذا كان Sea
B_1	يختار BL	يختار BL
B_2	يختار BL	يختار Be
B_3	يختار Be	يختار BL
B_4	يختار Be	يختار Be

$$A \to A_1,\ B \to B_1 \Rightarrow \frac{1}{2}(-2) + \frac{1}{2}(1) = -\frac{1}{2}$$

$$A \to A_2,\ B \to B_2 \Rightarrow \frac{1}{2}(-2) + \frac{1}{2}(1) = -\frac{1}{2}$$

$$A \to A_1,\ B \to B_3 \Rightarrow \frac{1}{2}(0) + \frac{1}{2}(-3) = \frac{-3}{2}$$

$$A \to A_1,\ B \to B_4 \Rightarrow \frac{1}{2}(0) + \frac{1}{2}(-3) = \frac{-3}{2}$$

$$A \to A_2,\ B \to B_1 \Rightarrow \frac{1}{2}(-2) + \frac{1}{2}(-2) = -2$$

$A \to A_2$
$B \to B_2$ $\Rightarrow \frac{1}{2}(-2) + \frac{1}{2}(1) = -\frac{1}{2}$

$A \to A_2$
$B \to B_3$ $\Rightarrow \frac{1}{2}(0) + \frac{1}{2}(-2) = -1$

$A \to A_2$
$B \to B_4$ $\Rightarrow \frac{1}{2}(0) + \frac{1}{2}(1) = \frac{1}{2}$

$$\overline{C} = \left[\begin{array}{cccc|c} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{3}{2} \\ -2 & -\frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} & -2 \end{array}\right] \quad \underline{V}^P = \frac{3}{2}$$

$$\underbrace{-\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad -1 \quad \frac{1}{2}}_{\overline{V}^P}$$

$\overline{V}^P = -1 \neq \underline{V}^P$ (2)

لا يوجد حل في مجموعة الاستراتيجيات الصافية

$\min g(y_1, y_2, y_3)$

$g(y_1, y_2, y_3) = u = \max\{4y_1 + 2y_2 + 6y_3,\ 6y_1 + 3y_2 + y_3,\ 2y_1 + 8y_2 + 4y_3\}$

$\min\{u\}$

s.t. $4y_1 + 2y_2 + 6y_3 \leq u$

$6y_1 + 3y_2 + y_3 \leq u$

$2y_1 + 8y_2 + 4y_3 \leq u$

$y_1, y_2, y_3 \geq 0$

$\bar{y}_1 = \frac{y_1}{u}, \quad \bar{y}_2 = \frac{y_2}{u}, \quad \bar{y}_3 = \frac{y_3}{u}$

$w = \bar{y}_1 + \bar{y}_2 + \bar{y}_3 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{u} = \frac{1}{u}$

$\max w = \bar{y}_1 + \bar{y}_2 + \bar{y}_3$

s.t. $4\bar{y}_1 + 2\bar{y}_2 + 6\bar{y}_3 \leq 1$

$6\bar{y}_1 + 3\bar{y}_2 + \bar{y}_3 \leq 1$

$2\bar{y}_1 + 8\bar{y}_2 + 4\bar{y}_3 \leq 1$

$y_i = \frac{\bar{y}_i}{w}, \quad u = \frac{1}{w}$

هذا الهامش

(3)

	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	
$\bar{y}_4$	4	2	6	1	0	0	1
$\bar{y}_5$	**6**	3	1	0	1	0	1 →
$\bar{y}_6$	2	8	4	0	0	1	1
	1 ↑	1	1	0	0	0	0
$\bar{y}_4$	0	0	$\frac{16}{3}$	1	$\frac{-2}{3}$	0	$\frac{1}{3}$ →
$\bar{y}_1$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{6}$
$\bar{y}_6$	0	7	$\frac{11}{3}$	0	$\frac{-1}{3}$	1	$\frac{2}{3}$
	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{6}$ ↑	0	$\frac{-1}{6}$	0	$\frac{-1}{6}$
$\bar{y}_3$	0	0	1	$\frac{3}{16}$	$\frac{-2}{16}$	0	$\frac{1}{16}$
$\bar{y}_1$	1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{-1}{32}$	$\frac{3}{16}$	0	$\frac{5}{32}$
$\bar{y}_6$	0	**7**	0	$\frac{-11}{16}$	$\frac{1}{8}$	1	$\frac{7}{16}$ →
	0	$\frac{1}{2}$ ↑	0	$\frac{-5}{32}$	$\frac{-1}{16}$	0	$\frac{-7}{32}$
$\bar{y}_3$	0	0	1	$\frac{3}{16}$	$\frac{-2}{16}$	0	$\frac{1}{16}$
$\bar{y}_1$	1	0	0	$\frac{1}{56}$	$\frac{5}{28}$	$\frac{-1}{14}$	$\frac{1}{8}$
$\bar{y}_2$	0	1	0	$\frac{-11}{112}$	$\frac{1}{56}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{16}$
	0	0	0	$\frac{-3}{28}$	$\frac{-1}{14}$	$\frac{-1}{14}$	$\frac{-1}{4}$

$y_1 = \frac{1}{8}$ ، $y_2 = \frac{1}{16}$ ، $y_3 = \frac{1}{16}$

$w^* = \frac{1}{4}$

$y_1^* = \frac{1/8}{1/4} = \frac{1}{2}$ ، $y_2^* = \frac{1/16}{1/4} = \frac{1}{4}$

$y_3^* = \frac{1/16}{1/4} = \frac{1}{4}$

$y^{*T} = \left(\frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4}\right)$ ، $w^* = z^* = \frac{1}{4}$

$x_1^* = \frac{3}{28}$ ، $x_2^* = \frac{1}{14}$ ، $x_3^* = \frac{1}{14}$

$x_1^* = \frac{3/28}{1/4} = \frac{3}{7}$ ، $x_2^* = \frac{1/14}{1/4} = \frac{2}{7}$

$x_3^* = \frac{1/14}{1/4} = \frac{2}{7}$

$x^{*T} = \left(\frac{3}{7} \quad \frac{2}{7} \quad \frac{2}{7}\right)$

المسألة 4:-

$$\begin{bmatrix} 18 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 10 \\ 5 & \boxed{4} & 5 \\ 16 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

يوجد سرج

يوجد حل:-

1) الاستراتيجية المثلى للاعب A هي A_3

2) الاستراتيجية المثلى للاعب B هي B_2

3) قيمة المباراة $V^* = 4$

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 5 & 1 \\ 5 & 2 & 0 & 0 \\ 6 & 7 & 3 & 3 \end{bmatrix} \} V' = 3$$

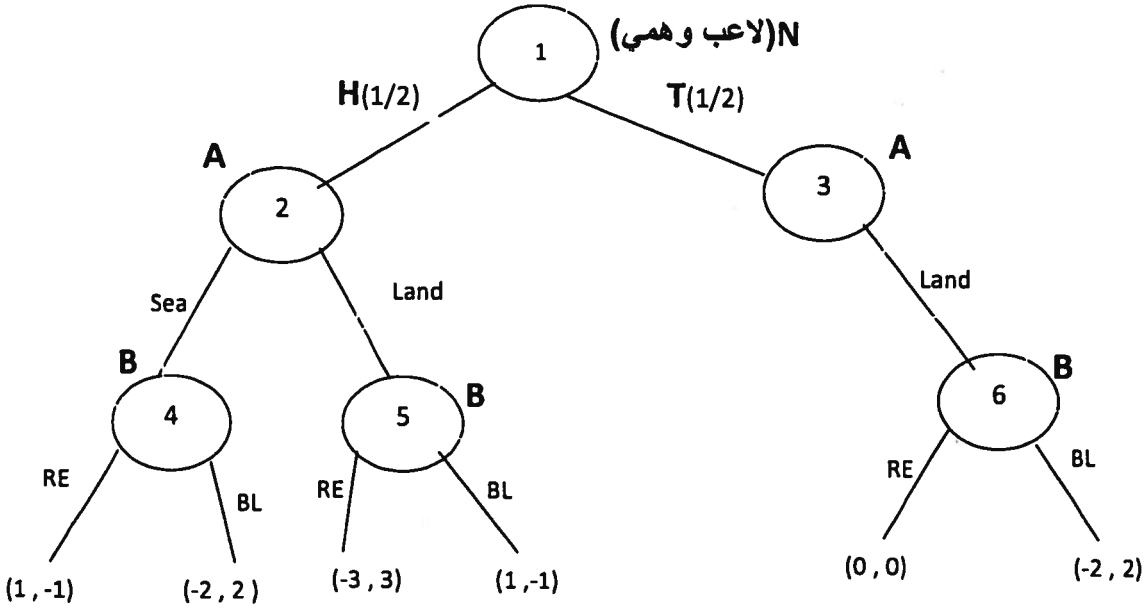
المسألة 1: نفرض أن شخصين A و B يلعبان المباراة التالية :يكتب كل منهما **رقمين** على ورقتين(كل رقم على ورقة) ولا يراهما الأخر ثم تكشف الأوراق معاً فإذا كانت الأرقام كلها فردية أو كانت الأرقام كلها زوجية فإن B يدفع لـ A مبلغ ثلاثة دولارات وإذا كانت الأرقام غير ذلك فإن ~~B يدفع لـ A~~ A يدفع لـ B دولارا واحدا والمطلوب :

1 ــ رسم شجرة المباراة .

2 ــ تحديد استراتيجيات كل من اللاعبين .

3 ــ إيجاد مصفوفة المباراة .

المسألة 2 : لنفترض أن المباراة بين شخصين A و B معطاة بالشجرة التالية :



1ــ إيجاد استراتيجيات كلاً من اللاعبين A وB ومصفوفة المباراة .

2 ــ هل للمباراة حل في مجموعة الإستراتجيات الصافية ؟ وضح إجابتك .

المسألة 3 : تمثل المصفوفة التالية مصفوفة العوائد المقابلة للاستراتيجيات المختلفة لشركتين A و B لكسب الزبائن في عواصم إحدى الدول ، الأرقام بمئات الملايين من الدولارات

المحور البداني

$$\begin{bmatrix} 8^* & 4 & 2 \\ 2 & 8 & 4 \\ 1 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$

1- اكتب البرامج الخطية للشركتين A و B.

2- أوجد الإستراتيجية المثلى لكلا الشركتين وقيمة المباراة باستخدام البرمجة الخطية .

المسألة 4 : أوجد الحل (بدون استخدام الطريقة البيانية أو البرمجة الخطية) للمصفوفات التالية :

$$\begin{bmatrix} 18 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 10 \\ 5 & 4 & 5 \\ 16 & 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 5 & 2 & 0 \\ 6 & 7 & 3 \end{bmatrix}$$

المسألة 5 : لتكن مصفوفة المباراة التالية :

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 6 & 5 \\ 15 & 10 & 8 & 9 \\ 10 & 15 & 11 & 7 \\ 5 & 9 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

لنفترض أن اللاعب A يختار الإستراتيجية المخطلة $(X^*)^T = (0\ 4/5\ 1/5\ 0)$ و اللاعب B يختار الإستراتيجية المخطلة $(Y^*)^T = (0\ 0\ 2/5\ 3/5)$.

1- احسب العائد المتوقع لكل لاعب.

2- برهن على صحة المتراجحات التالية :

$(X^*)^T G Y^* \geq X^T G Y^*$ ، مهما كانت X استراتيجية مخطلة للاعب A .

$(X^*)^T G Y^* \leq (X^*)^T G Y$ ، مهما كانت Y استراتيجية مخطلة للاعب B .

حيث أن G هي مصفوفة المباراة.

المسألة 6 لديك المباراة الثنائية التالية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (-10\ ,\ 5) & (2\ ,\ -2) \\ (1\ ,\ -1) & (-1\ ,\ 1) \end{bmatrix}$$

1) احسب العائد المتوقع لكل لاعب $P_A(X,Y)$ و $P_B(X,Y)$ كدالة في x و y حيث $X^T = (x\ \ 1-x)$ و $Y^T = (y\ \ 1-y)$.

2) أوجد جميع نقاط التوازن لهذه المباراة بطريقة **سواستكا** .

3) هل للمباراة نقاط توازن في مجموعة الإستراتيجيات الصافية ؟.

المسألة 7 : لديك المباراة الثنائية التالية والتي سنعتبرها مباراة تعاونية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (2\ ,\ 1) & (4\ ,\ 3) \\ (6,\ 2) & (3\ ,\ 1) \end{bmatrix}$$

1) ارسم مضلع العوائد(payoff region)، مجموعة باريتو(Pareto set)،

2) أوجد نقطة الأمان(security point) ثم حدد في الرسم فئة التفاوض(bargaining set) .

3) أوجد العوائد المثلى $(u^*\ ,\ v^*)$ باستخدام طريقة شابلي معتبرا الحالتين التاليتين :

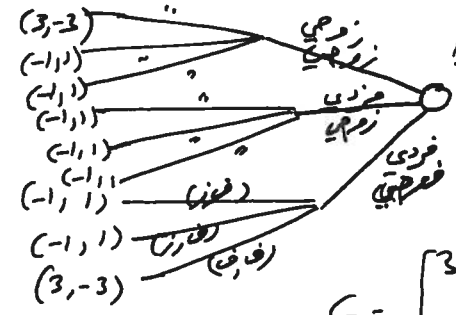
أ) نقطة الوضع الراهن هي **نقطة الأمان** .

ب) نقطة الوضع الراهن هي **نقطة التهديد** (5/2 , 4).

1429-50-2 حل الامتحان النهائي بحث 381

المسألة 1 :

فردي : ف
زوجي : ز



2.

فردي	فردي	A_1
فردي	زوجي	A_2
زوجي	زوجي	A_3

استراتيجيات اللاعب B تقابل استراتيجيات اللاعب A .

3.
$$G = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

المسألة 2 :

1.

T إذا	H إذا	
Land	Land	A_1
Land	Sea	A_2

Land إذا	Sea إذا	
BL	BL	B_1
RE	BL	B_2
BL	RE	B_3
RE	RE	B_4

2.
$$G = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

المسألة 3 :

1. اللاعب A :
$$\text{Min } z = \sum_{i=1}^{3} \bar{x}_i \quad \text{s.t.: } G\bar{x} \geq \mathbb{1}, \ \bar{x} \geq 0$$

اللاعب B
$$\text{Max } w = \sum_{j=1}^{3} \bar{y}_j \quad \text{s.t. } G^T\bar{y} \leq \mathbb{1}, \ \bar{y} \geq 0$$

2. $x^{*T} = (\frac{4}{9} \ \frac{11}{45} \ \frac{14}{45})$ ، $y^{*T} = (\frac{14}{45} \ \frac{11}{45} \ \frac{4}{9})$ ، $v^* = \frac{196}{45}$.

المسألة 4 :

سرجي كلا الاستراتيجيتين .

المسألة 5 :

1. $P_A(x^*, y^*) = \frac{43}{5}$ ، $P_B(x^*, y^*) = -\frac{43}{5}$.

2. $\frac{43}{5} = x^T G y^* = \frac{43}{5}\sum x_i = \frac{43}{5}$. $x^{*T} G y = \frac{43}{5}$.

المسألة 6 :

1. $P_A(x,y) = x(-14y + 3) + (2y - 1)$ ، $P_B(x,y) = (9x - 2)y + (1 - 3x)$

2. نقطة سرج : $(x^*, y^*) = (\frac{2}{9}, \frac{3}{14})$ الاستراتيجيات المختلطة : $x^* = (\frac{2}{9}, \frac{7}{9})$ ، $y^* = (\frac{3}{14}, \frac{11}{14})$

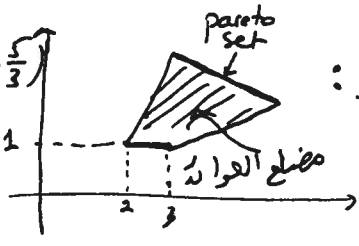
الربح المتوقع : $(-\frac{4}{7}, \frac{1}{3})$

3. لا يوجد .

المسألة 7 :

نقطة الاتزان $(u_A, v_B) = (\frac{18}{5}, \frac{5}{3})$.

3. أ) $u^* = \frac{233}{60}$ ، $v^* = \frac{67}{30}$ ب) $u^* = -\frac{1}{8}$ ، $v^* = \frac{41}{4}$



انظر إلى تفاصيل أكثر

السؤال الثالث :

① البرنامج الخطي للشركة A

$$\min \quad \bar{z} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3$$

s.t

$$8\bar{x}_1 + 2\bar{x}_2 + \bar{x}_3 \geq 1$$

$$4\bar{x}_1 + 8\bar{x}_2 + 2\bar{x}_3 \geq 1$$

$$2\bar{x}_1 + 4\bar{x}_2 + 8\bar{x}_3 \geq 1$$

$$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3 \geq 0$$

البرنامج المقابل

$$\max \quad \bar{y}_1 + \bar{y}_2 + \bar{y}_3$$

s.t

$$8\bar{y}_1 + 4\bar{y}_2 + 2\bar{y}_3 + s_1 = 1$$

$$2\bar{y}_1 + 8\bar{y}_2 + 4\bar{y}_3 + s_2 = 1$$

$$\bar{y}_1 + 2\bar{y}_2 + 8\bar{y}_3 + s_3 = 1$$

$$\bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_3 \geq 0$$

$$s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$	s_1	s_2	s_3	
s_1	8	4	2	1	0	0	1
s_2	2	8	4	0	1	0	1
s_3	1	2	8	0	0	1	1
	1	1	1	0	0	0	0

	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$	s_1	s_2	s_3	
$\bar{y}_1$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0	$\frac{1}{8}$
s_2	0	7	$\frac{7}{2}$	$-\frac{1}{4}$	1	0	$\frac{3}{4}$
s_3	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	1	$\frac{7}{8}$
	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	0	$-\frac{1}{8}$

	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$	s_1	s_2	s_3	
$\bar{y}_1$	1	$\frac{14}{31}$	0	$\frac{4}{31}$	0	$\frac{-1}{31}$	$\frac{3}{31}$
s_2	0	$\frac{196}{31}$	0	$\frac{-6}{31}$	1	$\frac{-14}{31}$	$\frac{11}{31}$
$\bar{y}_3$	0	$\frac{8}{31}$	1	$\frac{-1}{62}$	0	$\frac{4}{31}$	$\frac{7}{62}$
	0	$\frac{11}{31}$	0	$\frac{-7}{62}$	0	$\frac{-3}{31}$	$\frac{-13}{62}$

	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$	s_1	s_2	s_3		
$\bar{y}_1$	1	0	0	$\frac{1}{7}$	$\frac{-1}{14}$	0	$\frac{1}{14}$	$= 0.0$
$\bar{y}_2$	0	1	0	$\frac{-3}{98}$	$\frac{31}{196}$	$\frac{-1}{14}$	$\frac{11}{196}$	$= 0.05$
$\bar{y}_3$	0	0	1	$\frac{-1}{98}$	$\frac{2}{98}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{5}{49}$	$= 0.$
	0	0	0	$\frac{-5}{49}$	$\frac{-11}{196}$	$\frac{-1}{14}$	$\frac{-45}{196}$	$= -0.23$

$w^* = \frac{45}{196}$

$y_1 = \bar{y}_1 \cdot \frac{1}{w}$, $y_2 = \bar{y}_2 \cdot \frac{1}{w}$, $y_3 = \bar{y}_3 \cdot \frac{1}{w}$

$y_1 = \frac{14}{45}$ $y_2 = \frac{11}{45}$ $y_3 = 4\frac{4}{9}$

$X_1 = \frac{5}{49} \cdot \frac{196}{45}$, $X_2 = \frac{11}{196} \cdot \frac{196}{45}$, $X_3 = \frac{14}{14} \cdot \frac{196}{45}$

$X_1 = \frac{4}{9}$, $X_2 = \frac{11}{45}$, $X_3 = \frac{14}{45}$

* استراتيجية اللاعب A

$x^T = \left(\frac{4}{9} , \frac{11}{45} , \frac{14}{45} \right)$

* استراتيجية اللاعب B :

$y^T = \left(\frac{14}{45} , \frac{11}{45} , \frac{4}{9} \right)$

قيمة اللعبة $\frac{196}{45}$

$= \left(\frac{4}{9} , \frac{11}{45} , \frac{14}{45} \right) \begin{bmatrix} 8 & 4 & 2 \\ 2 & 8 & 4 \\ 1 & 2 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{14}{45} \\ \frac{11}{45} \\ \frac{4}{9} \end{bmatrix}$

$= \left(\frac{4}{9} \quad \frac{196}{45} \right)$

$= \frac{196}{45}$

السؤال الرابع :

* قيمة اللعبة $= 3$

$x^T = (0 \ 0 \ 1)$

$y^T = (0 \ 1 \ 0)$

$\begin{bmatrix} 18 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & 10 \\ 5 & 4 & 5 \\ 16 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

قيمة اللعبة $= 3$

$x^T = (0 \ 0 \ 1)$

$y^T = (0 \ 0 \ 1)$

$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 2 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$

لا يكتب في هذا الهامش

السؤال الخامس:

$$P_A(x,y) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{4}{5} & \frac{1}{5} & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 3 & 6 & 5 \\ 15 & 10 & 8 & 9 \\ 10 & 15 & 11 & 7 \\ 5 & 9 & 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{2}{5} \\ \frac{3}{5} \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$= \begin{pmatrix} 14 & 11 & \frac{43}{5} & \frac{43}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{2}{5} \\ \frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

$$P_A(x,y) = \frac{43}{5}$$

$$P_B(x,y) = -P_A(x,y) = -\frac{43}{5}$$

$$(0 \quad x \quad 1-x \quad 0) \begin{bmatrix} 0 & 3 & 6 & 5 \\ 15 & 10 & 8 & 9 \\ 10 & 15 & 11 & 7 \\ 5 & 9 & 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{2}{5} \\ \frac{3}{5} \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$= (0 \quad x \quad 1-x \quad 0) \begin{bmatrix} \frac{27}{5} \\ \frac{43}{5} \\ \frac{43}{5} \\ \frac{14}{5} \end{bmatrix} = \frac{43}{5}x + \frac{43}{5} - \frac{43}{5}x = \frac{43}{5}$$

x يحقق $(x^*)^T G y^* \geq x^T G y^*$

$$\frac{43}{5} \geq \frac{43}{5}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & \frac{4}{5} & \frac{1}{5} & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 3 & 6 & 5 \\ 15 & 10 & 8 & 9 \\ 10 & 15 & 11 & 7 \\ 5 & 9 & 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ y \\ 1-y \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 14 & 11 & \frac{43}{5} & \frac{43}{5} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ y \\ 1-y \end{bmatrix}$$

$$= \frac{43}{5}y + \frac{43}{5} - \frac{43}{5}y = \frac{43}{5}$$

ثبت أن $(x^*)^T G y^* \le (x^*)^T G y$

$$\frac{43}{5} \le \frac{43}{5}$$

السؤال الثاني :

1)

$$G_A = \begin{bmatrix} -10 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \frac{2}{14} \\ \frac{12}{14} \end{matrix}, \quad G_{B_1} = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \frac{3}{9} \\ \frac{6}{9} \end{matrix}$$

$$x^{*T} = \left(\frac{2}{14} \quad \frac{12}{14}\right) \qquad y^{*T} = \left(\frac{1}{3} \quad \frac{2}{3}\right)$$

$$P_A(x,y) = (x \quad 1-x) \begin{bmatrix} -10 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ 1-y \end{bmatrix}$$

$$= (-11x+1 \qquad 3x-1) \begin{pmatrix} y \\ 1-y \end{pmatrix}$$

$$= (-10x+1-x \qquad 2x+x-1)$$

$$= -11xy + y + 3x - 1 - 3xy + y$$

$$= -14xy + 3x + 2y - 1 = (-14y+3)x + (2y-1)$$

لا الهامش

$$P_B(x,y) = \begin{pmatrix} x & 1-x \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 5 & \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y \\ 1-y \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 6x-1 & -3x+1 \\ 5x-1+x & -2x+1-x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ 1-y \end{pmatrix}$$

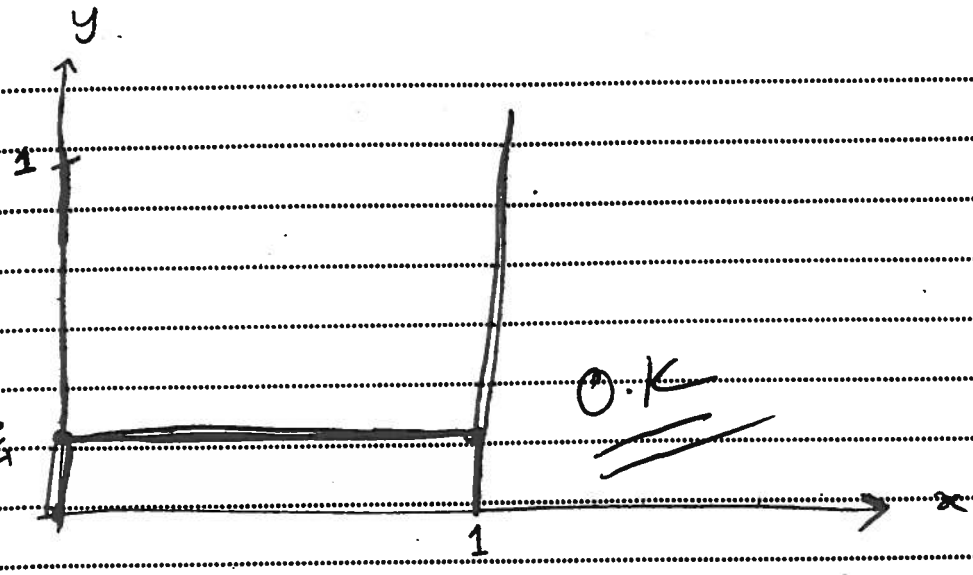
$$= 6xy - y - 3x + 1 + 3xy - y$$

$$= 9xy - 2y + (1-3x)$$

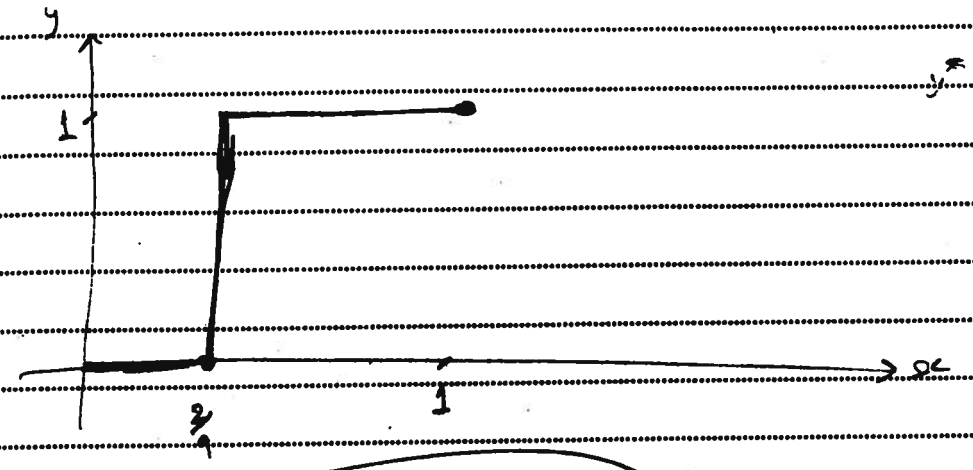
$$P_B(x,y) = y(9x-2) + (1-3x)$$

$$x^* = \begin{cases} 0 & \text{if } -14y+3 < 0 \Rightarrow y > \frac{3}{14} \\ [0,1] & \text{if } -14y+3 = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{14} \\ 1 & \text{if } -14y+3 > 0 \Rightarrow y < \frac{3}{14} \end{cases}$$

$$y^* = \begin{cases} 0 & \text{if } 9x-2 < 0 \Rightarrow x < \frac{2}{9} \\ [0,1] & \text{if } 9x-2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{9} \\ 1 & \text{if } 9x-2 > 0 \Rightarrow x > \frac{2}{9} \end{cases}$$



O.K



نقطة التقاطع $(\frac{2}{9}, \frac{3}{14})$ O.K ✓ (2)

$x = \frac{2}{9}$ & $y = \frac{3}{14}$

$1 - x = \frac{7}{9}$ $\quad 1 - y = \frac{11}{14}$

$$= \begin{pmatrix} \frac{2}{9} & \frac{7}{9} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -10 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{3}{14} \\ \frac{11}{14} \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{13}{9} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \frac{3}{14} \\ \frac{11}{14} \end{bmatrix} = -\frac{4}{7}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{2}{9} & \frac{7}{9} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{3}{14} \\ \frac{11}{14} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{3}{14} \\ \frac{11}{14} \end{pmatrix} = \frac{1}{3}$$

هذا الهامش

لا يوجد نقاط توازن في مجموعة الاستراتيجيات

$$G_A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}, \quad G_B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x^* = \left(\frac{3}{5}, \frac{2}{5}\right), \quad y^* = \left(\frac{2}{5}, \frac{1}{5}\right)$$

$$V_A = \frac{18}{5}, \quad V_B = \frac{5}{3}$$

نقطة السرج

$$\left(\frac{18}{5}, \frac{5}{3}\right)$$

$$\text{Max } F(u,v) = (u-\bar{u})(v-\bar{v})$$

$$\frac{3-2}{4-6} = \frac{u-2}{v-6} \quad \times \quad \frac{v-3}{3-2} = \frac{u-4}{4-6}$$

$$\frac{1}{-2} = \frac{u-2}{v-6}$$

$$-2u+4 = v-6$$

$$\boxed{v = -2u+10}$$

~~$F(u,v) = (u-\bar{u})$~~

(أ) نقطة الذروة $\left(\frac{18}{5}, \frac{5}{3}\right)$

$$F(u) = \left(u - \frac{18}{5}\right)\left(-2u + 10 - \frac{5}{3}\right)$$

$$= \left(u - \frac{18}{5}\right)\left(-2u + \frac{25}{3}\right)$$

$$= -2u^2 + \frac{25}{3}u + \frac{36}{5}u - 30$$

$$F'(u) = -4u + \frac{223}{15}$$

$$4u = \frac{223}{15}$$

$$u = \frac{223}{60}$$

$$v = \frac{67}{30}$$

(ب) نقطة التهديد $\left(4, \frac{5}{2}\right)$

$$F(u) = (u - 4)\left(-2u + 10 - \frac{5}{2}\right)$$

$$= (u - 4)\left(-2u + \frac{15}{2}\right)$$

$$= -2u^2 + \frac{15}{2}u + 8u - 30$$

$$= -2u^2 - \frac{1}{2}u - 30$$

$$F'(u) = -4u - \frac{1}{2} = 0$$

$$u = -\frac{1}{8}$$

$$v = \frac{41}{4}$$

المسألة 1: توجد على طاولة بطاقتين، الأولى مكتوب عليها الحرف **H** والثانية مكتوب عليها الحرف **T**. يقوم A بسحب إحدى البطاقتين ثم ينظر إليها. **فإذا كان الحرف H** فعلى الاعبين A وB أن يكتب كل واحد منهما **رقما واحدا** على ورقة ولا يراه الاخر ثم تكشف الأوراق معاً فإذا كانت الأرقام كلها فردية أو كلها زوجية فإن B يدفع لـــ A ريالين و إذا كانت الأرقام غير ذلك فإن A يدفع لـــ B ريالا واحدا.أما **إذا كان الحرف T** فعلى A و B أن يكتب كل منهما **رقمين** على ورقة ولا يراه الآخر ثم تكشف الأوراق معاً فإذا كانت الأرقام كلها فردية أو كلها زوجية فإن B يدفع لـــ A ثلاثة ريالات و إذا كانت الأرقام غير ذلك فإن A يدفع لـــ B ريالا واحدا. المطلوب :

1 ــ رسم شجرة المباراة

2 – إيجاد استراتيجيات كلاً من اللاعبين A وB ومصفوفة المباراة .

3 ــ هل للمباراة حل في مجموعة الإستراتجيات الصافية ؟ وضح إجابتك .

المسألة 2 : هل للمبارات التالية حل في مجموعة الإستراتجيات الصافية ؟. في حالة كان جوابك بنعم فحدد الحل الأمثل للمباراة.

$$\begin{bmatrix} 18 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 10 \\ 5 & 4 & 5 \\ 16 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 5 & 2 & 0 \\ 6 & 7 & 3 \end{bmatrix}$$

المسألة 3: لديك المباراة الثنائية التالية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (-10\ ,\ 5) & (2\ ,\ -2) \\ (1\ ,\ -1) & (-1\ ,\ 1) \end{bmatrix}$$

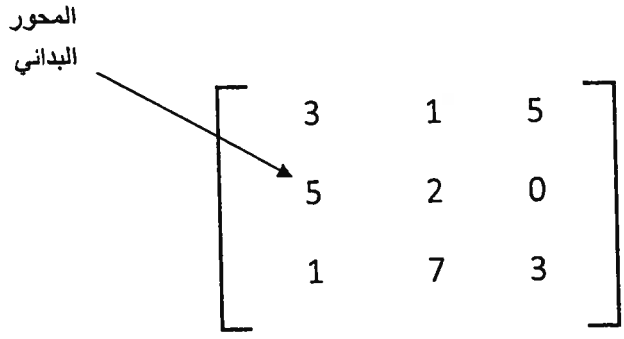
1) احسب العائد المتوقع لكل لاعب $P_A(X,Y)$ و $P_B(X,Y)$ كدالة في x و y حيث $X^T=(x\ \ 1-x)$ و $Y^T=(y\ \ 1-y)$.

2) أوجد نقطة الأمان $(V_B\ ,U_A)$.

3) لنفرض أن اللاعب A يختار الإستراتيجية المختلطة $(X^*)^T = (\ 2/3\ \ 1/3\ )$ و اللاعب B يختار

الإستراتيجية المختلطة (3/5 2/5) = $(Y^*)^T$. احسب العائد المتوقع لكل لاعب.

المسألة 4: تمثل المصفوفة التالية مصفوفة العوائد المقابلة للاستراتيجيات المختلفة لشركتين A و B لكسب الزبائن في عواصم إحدى الدول ، الأرقام بمئات الملايين من الريالات



1 – اكتب البرامج الخطية للشركتين A و B.

2– أوجد الإستراتيجية المثلى لكلا الشركتين وقيمة المباراة باستخدام البرمجة الخطية .

المسألة 5: لديك المباراة الثنائية التالية والتي سنعتبرها مباراة تعاونية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (-10\ ,\ 5) & (0\ ,\ 9) \\ (5\ ,\ 0) & (4\ ,\ -7) \end{bmatrix}$$

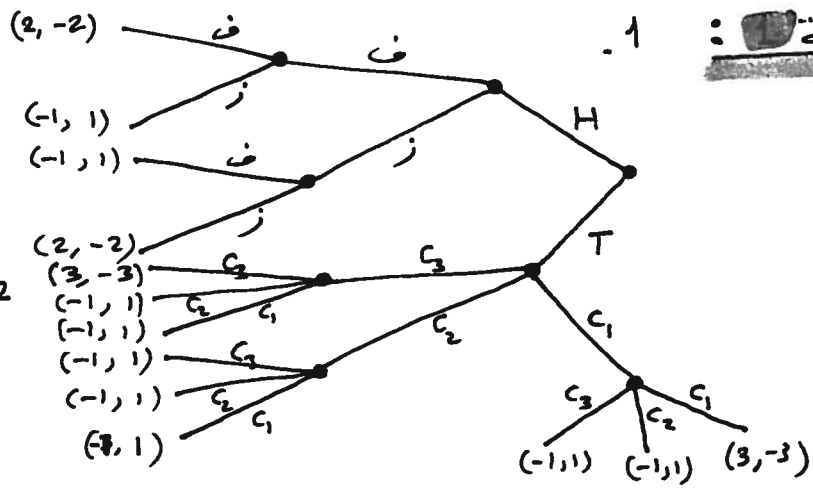
1) ارسم مضلع العوائد((payoff region(R)، مجموعة باريتو((Pareto set(P)،

2) أوجد نقطة الأمان(security point) ثم حدد في الرسم فئة التفاوض((bargaining set(B) .

3) أوجد العوائد المثلى $(u^*\ ,\ v^*)$ باستخدام طريقة شابلي معتبرا نقطة الوضع الراهن هي **نقطة الأمان** .

1432-33-S1 | حل الإمتحان النهائي | بحث 381.

المسألة 1 :

1. 

ز : زوجي
ف : فردي
C_1 : (ز، ز)
C_2 : (ز، ف)
C_3 : (ف، ف)

2) الاستراتيجيات الصافية

إذا T	إذا H		
C_1	ز	B_1	A_1
C_2	ف	B_2	A_2
C_2	ز	B_3	A_3
C_2	ف	B_4	A_4
C_3	ز	B_5	A_5
C_3	ف	B_6	A_6

3) مصفوفة المباراة :

$$G = \begin{bmatrix} 5/2 & 1 & 1/2 & -1 & 1/2 & -1 \\ 1 & 5/2 & -- & -- & & \\ -- & --- & & & 1 & \\ \vdots & & & & 1 & \\ ) & & & & 1 & \end{bmatrix}$$

المسألة 2 :

الصفوفة الأولى : يوجد سرج عند الصف الثالث والعمود الثاني بقيمة 4
$\Leftarrow A_3$: الاستراتيجية الأمثل للاعب A و B_2 " " " للاعب B .
قيمة اللعبة = 4 .
الصفوفة الثانية لا تحتوي على سرج $\Leftarrow$ لا يوجد حل في مجموعة الاستراتيجيات الصافية .

المسألة 3 :

1) $P_A(x,y) = (-11x+1)y + (x+1)(1-y)$ $\quad P_B(x,y) = (6x-1)y + (-3x+1)(1-y)$

2) $u_A = 1$, $v_B = \frac{5}{9}$

3) $P_A(x^*,y^*) = -\frac{29}{15}$, $P_B(x^*,y^*) = \frac{3}{5}$

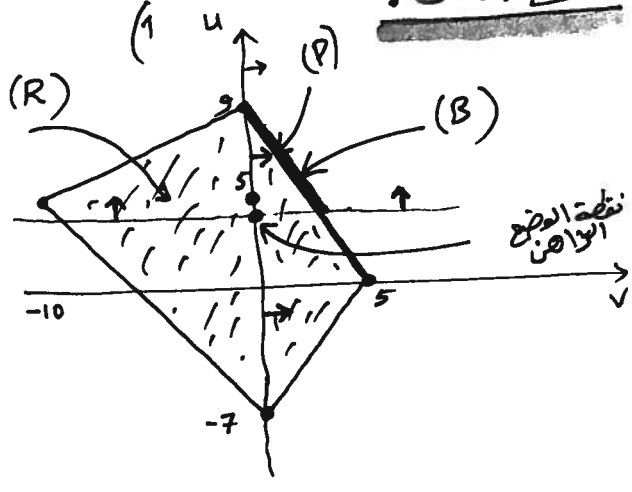
المسألة 4 :

2. الاستراتيجية الأمثل للاعب A هي : $x^{*T} = (\frac{3}{7}\ \frac{2}{7}\ \frac{2}{7})$ وللاعب B هي $y^{*T} = (\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{4})$ ، قيمة المباراة $v^* = \frac{1}{8}$.

1. $\min z = e^T\bar{x}$ $\quad$ (A) s.t. : $G^T\bar{x} \geq e$

$\max w = e^T\bar{y}$ $\quad$ s.t. : $G\bar{y} \leq e$ $\quad$ (Pb. of B) .

المسألة 5 :

1) 

2) $v_A = 0$, $u_B = 4$.

3) $F(u,v) = (v-0)(u-4) = -\frac{9}{5}v^2 + 5v = f(v)$

$B = \{(v,u) : u = -\frac{9}{5}v + 9,\ u \geq 4,\ v \geq 0\}$.

$\max f(v)$: $f'(v) = 0 \Rightarrow v^* = \frac{25}{18} = 1.39 \geq 0$

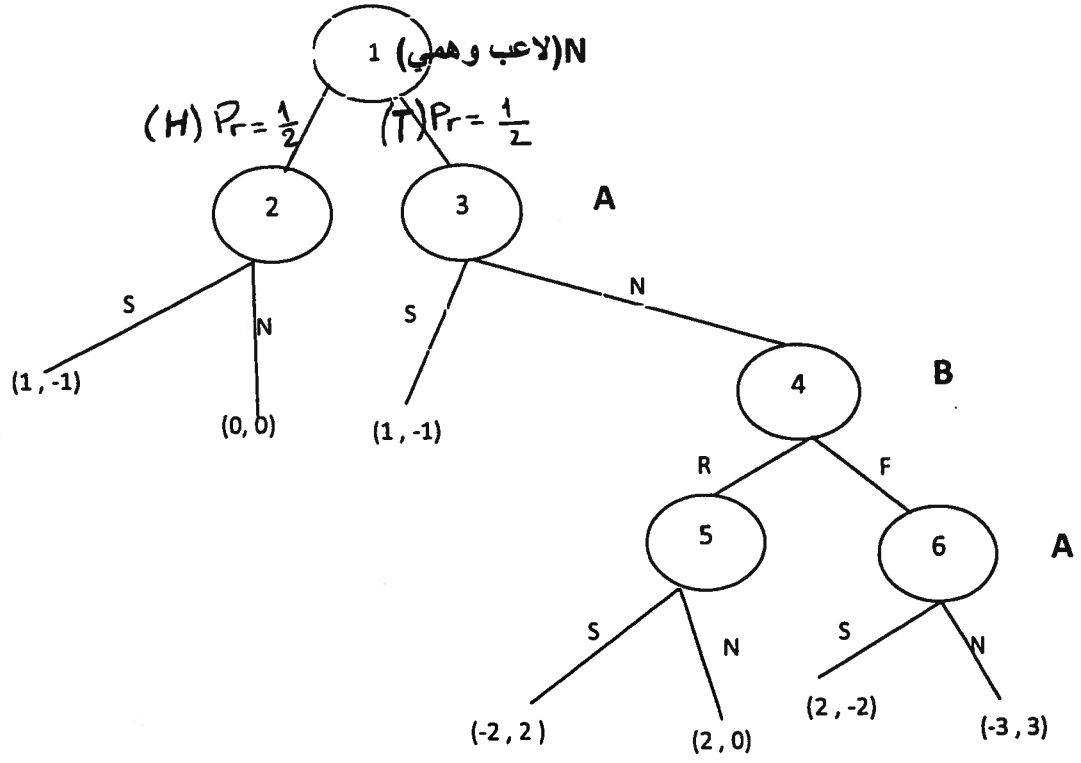
$\Rightarrow u^* = 6.5 > 4$.

المسألة 1: نفرض أن شخصين A ، B يلعبان المباراة التالية : يكتب كل منهما رقماً على ورقة ولا يراها الأخر ثم تكشف الورقتان معاً فإذا كان الرقمان فرديين فإن B يدفع لـــ A مبلغ ثلاثة دولارات وإذا كان الرقمان زوجيين فإن B يدفع لـــ A دولا واحد ، أما إذا كان الرقمين أحدهما زوجياً والأخر فردياً فإن A هو الذي يدفع لـــ B دولارين والمطلوب : 1 ــ رسم شجرة المباراة .

2 ــ تحديد استراتيجيات كل من اللاعبين .

3 ــ إيجاد مصفوفة المباراة .

المسألة 2 : لنفترض أن المباراة بين شخصين A و B معطاة بالشجرة التالية :



1 ــ إيجاد استراتيجيات كلاً من اللاعبين A وB ومصفوفة المباراة .

2 ــ هل للمباراة حل في مجموعة الإستراتجيات الصافية ؟ وضح إجابتك .

المسألة 3 : تمثل المصفوفة التالية مصفوفة العوائد المقابلة للاستراتيجيات المختلفة لشركتي فنادق A و B لكســب الزبائن في عواصم إحدى الدول ، الأرقام بمئات الملايين من الدولارات

المحور البداني

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 5^* & 2 & 0 \\ 1 & 7 & 3 \end{bmatrix}$$

1- هل من هيمنة بين الاستراتيجيات ؟.

2- أكتب البرامج الخطية للشركتين A و B.

3- أوجد الإستراتيجية المثلى لكلا الشركتين وقيمة المباراة باستخدام البرمجة الخطية .

المسألة 4 : تمثل المصفوفة التالية مصفوفة العوائد المقابلة للاستراتيجيات المختلفة للاعبين A و B .

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 5 & 2 & 0 \\ 6 & 7 & 3 \end{bmatrix}$$

1) اختصر المصفوفة إلى مصفوفة 2x2 ثم أوجد الحل بالطريقة المباشرة.

2) من الفقرة 1) أوجد الحل للمصفوفة الأصلية(3x3).

المسألة 5 : لتكن مصفوفة المباراة التالية :

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 6 & 3 & 1 \\ 2 & 8 & 4 \end{bmatrix}$$

لنفترض أن اللاعب A يختار الإستراتيجية المخطلة $X^* = (3/7 \;\; 2/7 \;\; 2/7)$ و اللاعب B يختار الإستراتيجية المخطلة $Y^* = (1/2 \;\; 1/4 \;\; 1/4)$.

1- احسب العائد المتوقع لكل لاعب.

2- برهن على صحة المتراجحات التالية :

$(X^*)^T G Y^* \geq X^T G Y^*$ ، مهما كانت X استراتيجية مخطلة للاعب A .

$(X^*)^T G Y^* \leq (X^*)^T G Y$ ، مهما كانت Y استراتيجية مخطلة للاعب B .

حيث أن G هي مصفوفة المباراة.

المسألة 6 : تتنافس شركتان عالميتان لتسويق الملابس الجاهزة ولدى كل منهما استراتيجيتان مختلفتان لهذا الغرض ، وقد تبين أن العوائد المقابلة للاستراتيجيات المختلفة لهاتين الشركتين معطاة كما في المصفوفة التالية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (1,4) & (-1.5,2) \\ (3,1) & (4,1) \end{bmatrix}$$

1) احسب العائد المتوقع لكل لاعب($P_A(X,Y)$, $P_B(X,Y)$) كدالة في x و y حيث $X^T=(x\ \ 1-x)$ و $Y^T=(y\ \ 1-y)$.

2) أوجد جميع نقاط التوازن لهذه المباراة بطريقة **سواستكا** .

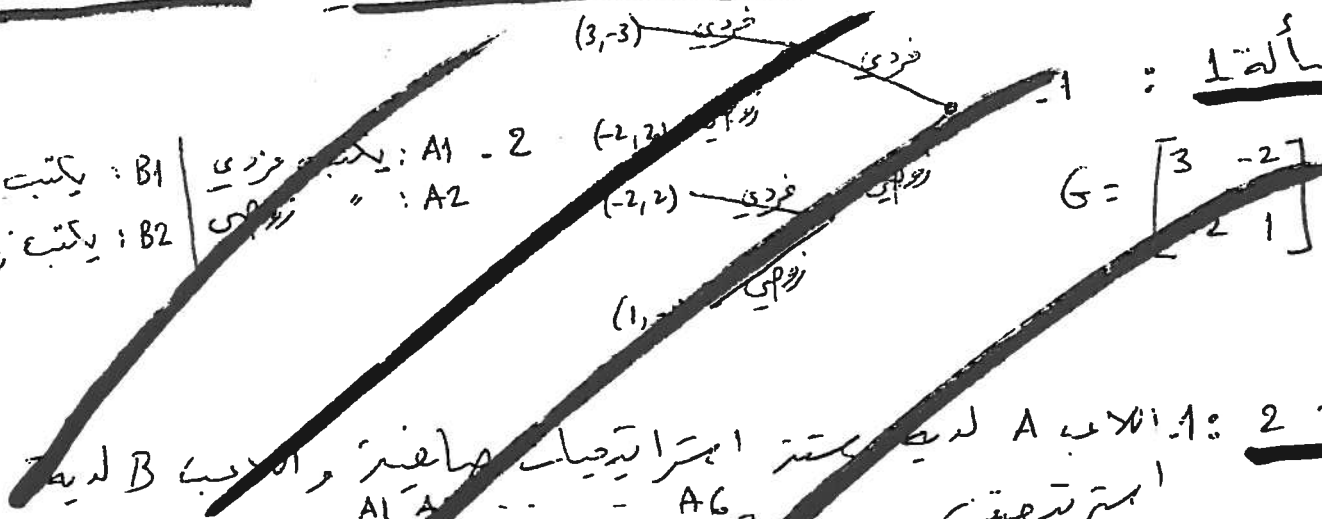
المسألة 7 : لديك المباراة الثنائية التالية والتي سنعتبرها مباراة تعاونية و نقطة الأمان فيها هي نقطة الوضع الراهن.

$$G_{A,B}=\begin{bmatrix} (2\ ,\ 1) & (4\ ,\ 3) \\ (6,\ 2) & (3\ ,\ 1) \end{bmatrix}$$

1) ارسم مضلع العوائد(payoff region)، مجموعة باريتو(Pareto set)،

2) أوجد نقطة الأمان(security point) ثم حدد في الرسم فئة التفاوض(bargaining set) .

3) أوجد العوائد المثلى $(u^*\ ,\ v^*)$ باستخدام طريقة شابلي.



المسألة 1 :

1- $G = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ .3

2- A1 : يكتب فردي ، A2 : " زوجي

B1 : يكتب فردي
B2 : يكتب زوجي

المسألة 2 : 1- اللاعب A لديه ستة استراتيجيات صافية واللاعب B لديه استراتيجيتين.

$$G^T = \begin{matrix} \\ B1 \\ B2 \end{matrix} \begin{bmatrix} A1 & A2 & \dots & & A6 \\ 1 & 3/2 & \dots & - & \\ 1 & -1 & \dots & & \end{bmatrix}$$

2- يوجد سرج في المصفوفة.

المسألة 3 : 1- لا

$\max z = \sum \bar{x}_i$ .2

s.t. $G^T \bar{x} \geq \mathbb{1}$

$\max w = \sum \bar{y}_j$

s.t. $G\bar{y} \leq \mathbb{1}$.

3- انظر الحل الكامل في الصفحة التالية.

$x^{*T} = (\frac{3}{7} \ \frac{2}{7} \ \frac{2}{7})$

$y^{*T} = (\frac{1}{2} \ \frac{1}{4} \ \frac{1}{4})$

$v^* = 8$

المسألة 4 : 1) $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$

2) $(\frac{3}{5}, \frac{2}{5}) \rightarrow x^{*T} = (\frac{3}{5} \ 0 \ \frac{2}{5})$

$(\frac{2}{5}, \frac{3}{5}) \rightarrow y^{*T} = (\frac{2}{5} \ 0 \ \frac{3}{5})$

المسألة 5 : 1. $P_A(x^*, y^*) = 4$ ، $P_B(x^*, y^*) = 4$

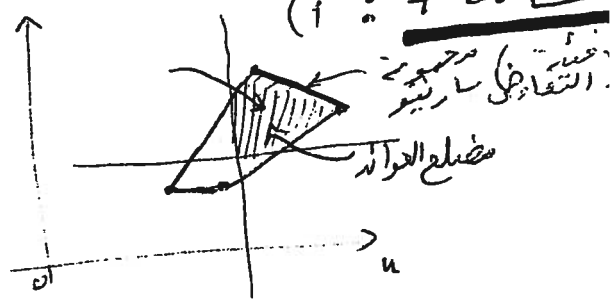
2. $x^T G y^* = 4 \geq 4$ ، $x^{*T} G y = 4 \geq 4$

المسألة 6 : 1) $P_A(x,y) = x(3.5y - 5.5) + (4 - y)$ and $P_B(x,y) = y(2x) + (x+1)$

2) نقطة توازن واحدة : $(1,4)$.

3) $u^* = \frac{77}{15}$ ، $v^* = \frac{73}{30}$

المسألة 7 : 1)



2) نقطة الأمان : $(\frac{18}{5}, \frac{5}{3})$

تابع المسألة 6 الفقرة 2)

$$P_A(x,y) = x(3.5y - 5.5) + (4 - y)$$
$$= x\left(\frac{7}{2}y - \frac{11}{2}\right) + (4 - y)$$

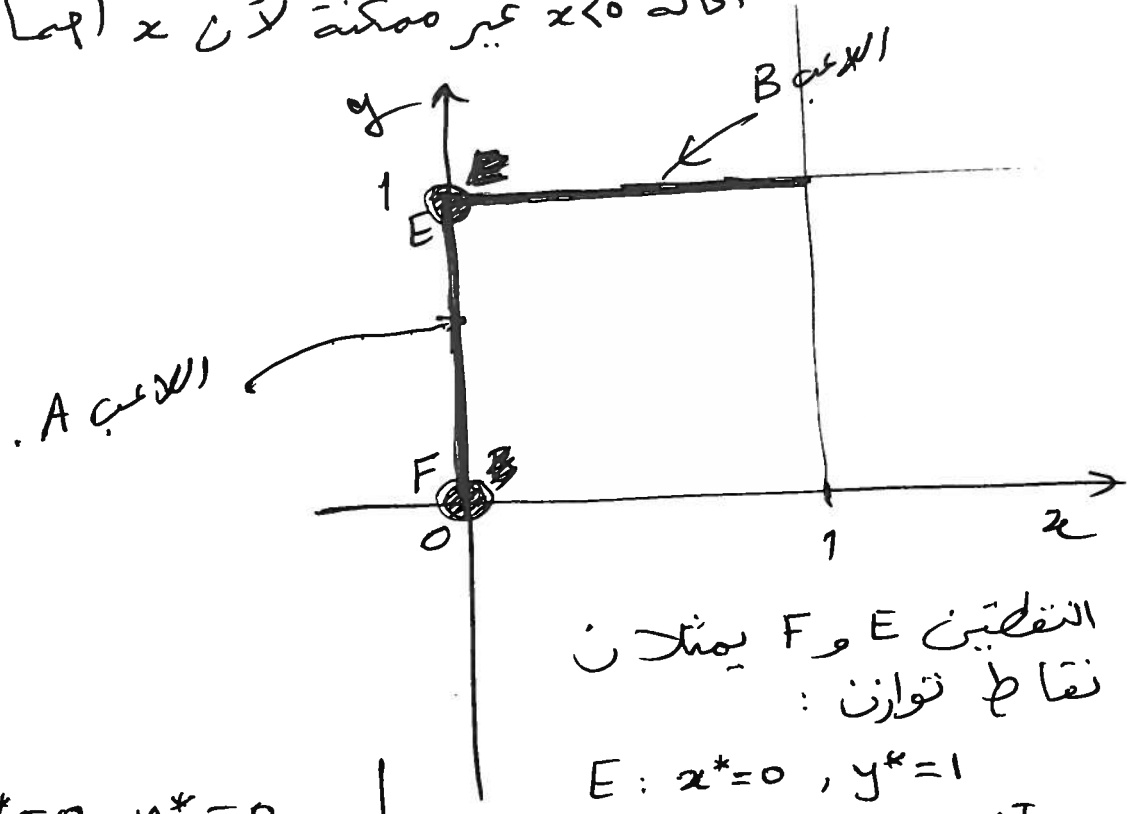
$$\frac{7}{2}y - \frac{11}{2} = 0 \Rightarrow y = \frac{11}{7} > 1$$

في هذه الحالة فإن قيمة $0 \leq y \leq 1$ وبالتالي فإن ميل المستقيم يكون سالبا . أكبر قيمة للدالة $P_A(x,y)$ تحصل عليها عندما $x^* = 0$.

$$P_B(x,y) = y(2x) + (x+1) \qquad 2x = 0 \Rightarrow x = 0$$

الحل الأمثل:
- إذا $x > 0$: $y^* = 1$
- إذا $x = 0$: $0 < y^* < 1$

الحالة $x < 0$ غير ممكنة لأن x احتمال ($0 \leq x \leq 1$)



النقطتين E و F يمثلان نقاط توازن :

E : $x^* = 0$, $y^* = 1$

$\Rightarrow x^{*T} = (0,1)$, $Y^{*T} = (1,0)$

في المصفوفة : (3,1) $\Leftarrow$

F : $x^* = 0$, $y^* = 0$

$\Rightarrow x^{*T} = (0,1)$, $Y^{*T} = (0,1)$

في المصفوفة : (4,1) $\Leftarrow$

20

3OP nobta 3:

1- No (1)

2. max $w = \sum \bar{y}_i$ (2) s.t.: $G\bar{y} \leq 1$ (3)

min $z = \sum x_i$ (2) s.t. $G^T\bar{y} \geq 1$ (3)

$\bar{y}_4$	3	1	5	1	0	0	[4]
$\bar{y}_5$	5*	2	5	0	1	0	
$\bar{y}_6$	1	7	3	0	0	1	
	1	1	1	0	0	0	

$\bar{y}_4$	0	2/5	1/3
$\bar{y}_1$	1	1/5	1/12
$\bar{y}_6$	0	9/5	1/3
	0		-1/2

[3] (5)

$\bar{y}_3$		2/25	2/64
$\bar{y}_1$	(4)	1/5	5/64
$\bar{y}_6$		2/5	28/64
			-7/64

[3]

$\bar{y}_3$		1/32
$\bar{y}_1$	(4)	2/32
$\bar{y}_2$		1/32
		-1/8

$y^* = (1/2, 1/4, 1/4)$ (2)

$x^{*T} = (3/7, 2/7, 2/7)$ (2)

[2]

15 Problem 5 [10]

1- $P(x^*, y^*) = x^{*T} G y^* = (\quad)(\quad)(\quad) =$ [4] (3)

[2]

2- (6) $x^T G y^* = (x_1 \; x_2 \; x_3)\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} = 4 \geq 4$ [4] ✓

(6) $4 \leq (4 \; 4 \; 4)\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = 4$ [4] ✓

$P_A(x, y) = f_A(x) = x(3.5y - 5.5) + (4 - y)$

(5) $x = \begin{cases} [0,1] & y < 7/11 \\ 1 & y > 7/11 \end{cases}$

$P_B(x, y) = f_B(y) = y(2x) + (x - 1)$

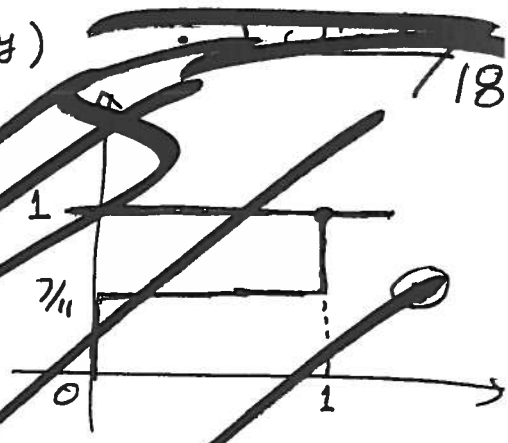
(5) $x = 1 \Rightarrow 1 - y = 0$

$y = (\rightarrow 1 - y =$

(1,4) (1.5,2)

(2,1) (1,1)

(2)



18

كل

بعض المسائل مع الحل

ب - لتكن مصفوفة المباراة التالية :

$$G = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 6 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

لنفرض أن اللاعب A يختار الإستراتيجية المختلطة $(X^*)^T = (0 \quad 1/5 \quad 4/5)$ و اللاعب B يختار الإستراتيجية المختلطة $(Y^*)^T = (0 \quad 2/5 \quad 3/5)$. احسب العائد المتوقع لكل لاعب.

المسألة 5 لديك المباراة الثنائية التالية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (-2\,,\,2) & (1\,,\,-2) \\ (3\,,\,1) & (0\,,\,5) \end{bmatrix}$$

1) احسب العائد المتوقع لكل لاعب $P_A(X,Y)$ و $P_B(X,Y)$ كدالة في x و y حيث X^T $=(x \quad 1-x)$ و

$Y^T = (y \quad 1-y)$.

2) هل للمباراة نقاط توازن في مجموعة الإستراتيجيات الصافية ؟.

3) أوجد جميع نقاط التوازن لهذه المباراة بطريقة سواستكا .

المسألة 6: لديك المباراة الثنائية التالية والتي سنعتبرها مباراة تعاونية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (-3\ ,\ 0) & (-1\ ,\ -2) \\ (2,\ 1) & (1\ ,\ 3) \end{bmatrix}$$

1) ارسم مضلع العوائد(payoff region)، مجموعة باريتو(Pareto set)،

2) أوجد نقطة الأمان(security point) ثم حدد في الرسم فئة التفاوض(bargaining) set .

3) أوجد العوائد المثلى $(u^*\ ,\ v^*)$ باستخدام طريقة شابلي معتبرا الحالتين التاليتين :

أ) نقطة الوضع الراهن هي **نقطة الأمان** .

السؤال 3 : 1. برنامج اللاعب A : $\min z = \sum_{i=1}^{3} x_i$ s.t. $G^T \bar{x} \geq e$, $\bar{x} \geq 0$

برنامج اللاعب B : $\max w = \sum_{j=1}^{3} y_j$ s.t. $G\bar{y} \leq e$, $\bar{y} \geq 0$

$e^T = (1\ 1 \cdots 1) \in \mathbb{R}^3$.

2. $x^{*T} = (\frac{3}{7}\ \frac{2}{7}\ \frac{2}{7})$ ، $y^{*T} = (\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{4})$ ، $v^* = 8$

السؤال 4 : ρ - مرجع . لا يوجد .

ب) $P_A(x^*, y^*) = 1.6$ ، $P_B(x^*, y^*) = -1.6$

السؤال 5 :

$$P_A(x,y) = (x \quad 1-x)\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y \\ 1-y \end{pmatrix} = \big(-2x + 3(1-x)\big)y + x(1-y) = -2xy + 3y - 3xy + x - xy$$

$$= x(-6y+1) + 3y$$

$-6y+1$:
- $y < \frac{1}{6} \Rightarrow x^* = 1$
- $y = \frac{1}{6} \Rightarrow x^* \in [0,1]$
- $y > \frac{1}{6} \Rightarrow x^* = 0$ $(1 - 6y < 0)$ ✗

$$P_B(x,y) = (x \quad 1-x)\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y \\ 1-y \end{pmatrix} = \big(2x + (1-x)\big)y + \big(-2x + 5(1-x)\big)(1-y)$$

$$= 2xy + y - xy - 2x + 2xy + 5 - 5y - 5x + 5xy$$

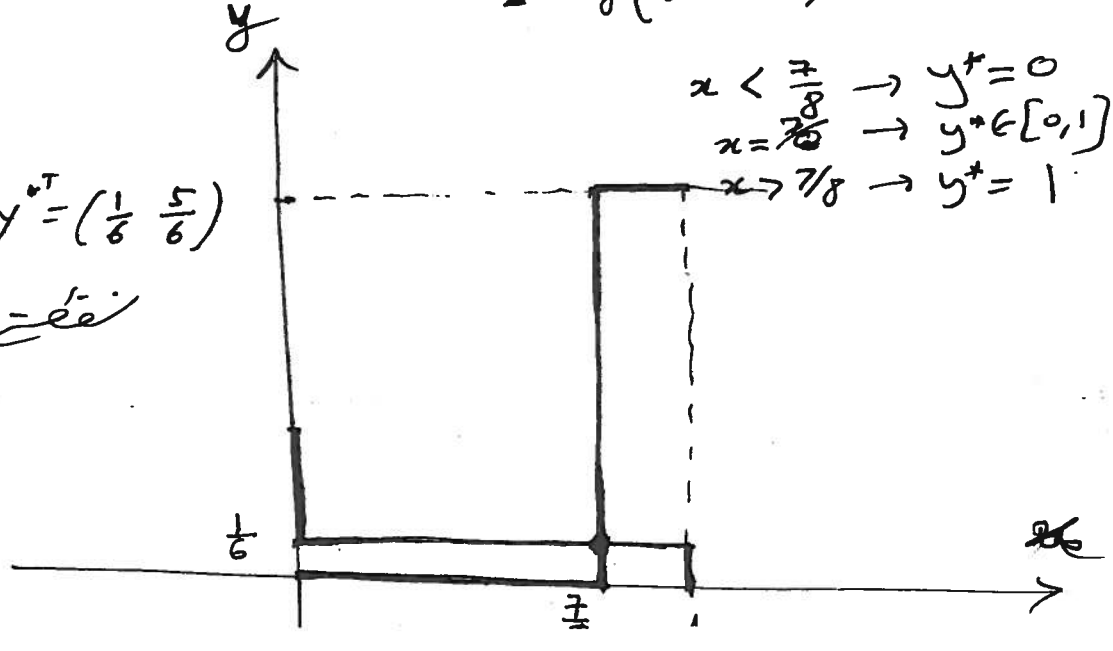
$$= y(8x - 7) + 5 - 7x$$

$x^* = \frac{7}{8}$

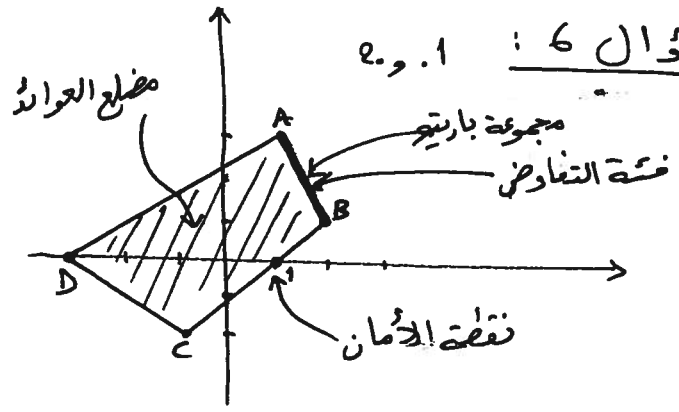
$y^* = \frac{1}{6}$

$x^{*T} = (\frac{7}{8}\ \frac{1}{8})$ ، $y^{*T} = (\frac{1}{6}\ \frac{5}{6})$

نقطة توازن .



السؤال 6 : 1. و 2.



3) أ) $F(u,v) = (u-1)(v-0)$

$v = -2u+5$ (معادلة المستقيم الذي يمر من A و B)

$F(u,v) = (u-1)(-2u+5) = f(u) \rightarrow f'(u) = -4u+7$

$\Rightarrow u^* = \frac{7}{4} \Rightarrow v^* = \frac{3}{2} \quad (u^*, v^*) = (\frac{7}{4}, \frac{3}{2})$

ب) $F(u,v) = (u-1)(v-\frac{3}{2})$

$F(u,v) = (u-1)(-2u+5-\frac{3}{2}) = f(u)$

$\Rightarrow f'(u) = -4u+\frac{11}{2} \Rightarrow u^* = \frac{11}{8}, v^* = \frac{9}{4}$

$(u^*, v^*) = (\frac{11}{8}, \frac{9}{4})$.

$$\begin{pmatrix} (1,3) & (2,1) \\ (-1,-2) & (-3,0) \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & \boxed{0} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \boxed{1} & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$