

السؤال الأول: احسب النهاية التالية $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} \sum_{k=1}^n (k^2 - 2)$

الحل:

$$\begin{aligned} & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} \left[\sum_{k=1}^n k^2 - \sum_{k=1}^n 2 \right] \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} \left[\frac{n(n-1)(n-2)}{6} - 2n \right] \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 3n^2 + 2n}{6n^3} - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n^3} \\ &= \frac{1}{6} - 0 = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

السؤال الثاني: أوجد $\int 4x \sqrt{3x^2 + 2} \, dx$

الحل:

$$\begin{aligned} &= 4 \int x \sqrt{3x^2 + 2} \, dx \\ &= \frac{4}{6} \int 6x (3x^2 + 2)^{\frac{1}{2}} \, dx \\ &= \frac{2}{3} \frac{(3x^2 + 2)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c \\ &= \frac{4(3x^2 + 2)^{\frac{3}{2}}}{9} + c \end{aligned}$$

السؤال الثالث: أوجد قيمة c التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x) = x^2 + 3$ في الفترة $[1, 2]$.

الحل:

$$\int_1^2 (x^2 + 3) \, dx = (2 - 1)f(c)$$

مراجعة للاختبار القصير ١

المراجعة رقم 1

$$\left[\frac{x^3}{3} + 3x \right]_1^2 = (1)(c^2 + 3)$$

$$\left(\frac{8}{3} + 6 \right) - \left(\frac{1}{3} + 3 \right) = c^2 + 3$$

$$\frac{16}{3} = c^2 + 3$$

$$c^2 = \frac{7}{3}$$

$$c = +\sqrt{\frac{7}{3}} \in (1, 2), \quad c = -\sqrt{\frac{7}{3}} \notin (1, 2)$$

السؤال الرابع: أوجد $F'(x)$ إذا كانت $F(x) = \int_x^{x^2} \sqrt{1+2t^2} dt$.

الحل:

$$F'(x) = \sqrt{1+2(x^2)^2} (2x) - \sqrt{1+2(x)^2} (1)$$

$$F'(x) = 2x\sqrt{1+2x^4} - \sqrt{1+2x^2}$$

السؤال الأول: احسب النهاية التالية $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n (6k + 4)$

السؤال الثاني: أوجد $\int x^2 \sqrt{7x^3 + 5} dx$

السؤال الثالث: أوجد قيمة c التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x) = x^2 - 2$ في الفترة $[-1, 2]$.

السؤال الرابع: أوجد $F'(x)$ إذا كانت $F(x) = \int_{\cos(x)}^{2x} \sqrt{5 + t^2} dt$.

السؤال الأول: احسب النهاية التالية $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n (3k + 5)$

السؤال الثاني: أوجد $\int x \sqrt{7x^2 - 5} dx$

السؤال الثالث: أوجد قيمة c التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x) = x^2 + 3$ في الفترة $[1, 2]$.

السؤال الرابع: أوجد $F'(x)$ إذا كانت $F(x) = \int_{\sin(x)}^x \sqrt{5 - 2t^3} dt$.