تمرين للتكاليف

السؤال الأول :

اذا كانت لديك دالة التكاليف الكلية $Tc = 120 + 2Q^2 + 4Q$

أ- هل المنشأة تعمل في الأجل الطويل أم القصير؟ ولماذا؟

تعمل المنشأة في الأجل القصير وذلك لوجود التكاليف الثابتة حيث $FC = 120$

ب – أوجدي التكاليف الثابتة ان وجد؟

$FC = 120$ ← رمز من التكاليف الثابتة

ج- أوجدي التكاليف المتغيرة ان وجد؟

$$Vc = 2Q^2 + 4Q$$

د - أوجدي التكاليف المتوسطة الثابتة ان وجد؟

دائماً يرمز للمتوسط ب (A) من Average حيث القانون ← $AFc = \frac{Fc}{Q}$

$$AFc = \frac{120}{Q}$$

ه - أوجدي التكاليف المتوسطة المتغيرة ان وجد؟

ملاحظة: القاعدة أن القوانين تتحدد حسب المعطيات → $AVc = \frac{Vc}{Q}$

$$AVc = \frac{2Q^2}{Q} + \frac{4Q}{Q} = 2Q + 4$$

و – أوجدي التكاليف المتوسطة الكلية ان وجد؟

$$ATc = AVc + AFc$$

$$ATc = \frac{120}{Q} + 2Q + 4$$

ز – أوجدي التكاليف الحدية ان وجد؟

ملاحظة: (أي شيء حدي يعني اشتقاق)($\frac{\text{تغير}}{\text{تغير}}$) $MC = \frac{dTc}{dQ}$ أي التكاليف حدية

$$Mc = 4Q + 4 \quad \text{or} \quad MC = \frac{dTc}{dQ} = 4Q + 4$$

ح – أوجدي حجم الانتاج عند أدنى نقطة على منحنى التكاليف المتوسطة الكلية؟ ثم أوجدي حجم التكاليف المتوسطة الكلية عند أدنى نقطة؟

(عندما يطلب أدنى وأقصى نقطة أشتق المطلوب واساويه بالصفر)

$$\frac{dATc}{dQ} = 0 \rightarrow ATc = \frac{120}{Q} + 2Q + 4 \rightarrow 120Q^{-1} + 2Q + 4$$

$$\frac{dATc}{dQ} = (-120Q^{-2} + 2 = 0) \rightarrow (\frac{-120}{Q^2} + 2 = 0) \times Q^2$$

(أضرب الطرفين في Q^2 للتخلص من الكسر)

$$-120 + 2Q^2 = 0 \rightarrow \frac{2Q^2}{2} = \frac{120}{2} \rightarrow Q^2 = 60 \rightarrow Q = 7.7459$$

حجم الانتاج عند أدنى نقطة للتكاليف المتوسطة الكلية، لإيجاد حجم التكاليف المتوسطة الكلية عند أدنى نقطة نعوض بقيمة الانتاج نعوض عن:

$$ATCmin = \frac{120}{7.74597} + 2 \times 7.74597 + 4 = 34.98 \approx 35 \rightarrow ATCmin = 35$$

ط – أوجدي حجم التكاليف الحدية عندما تصل التكاليف المتوسطة الكلية عند أدنى قيمة لها وقارني اجابتك مع الفقرة السابقة؟

عندما تصل التكاليف المتوسطة الكلية عند أدنى قيمة لها فإنها تتقاطع مع منحنى mc أي تساوي عند هذه النقطة وبالتالي:

$$Mc = ATC\ min = 35$$

$$Mc = ATC\ min$$

$$4Q + 4 = \frac{120}{Q} + 2Q + 4$$

$$4Q - 2Q = \frac{120}{Q} \rightarrow (2Q = \frac{120}{Q})$$

$$\frac{2Q^2}{2} = \frac{120}{2} = Q^2 = 60 \rightarrow Q = 7.64597$$

ثم نعوض في كلاً من ATC , MC

$$ATcmin = 35 \rightarrow mc = 4(7.74597) + 4 = 34.974 \approx 35$$

نفس الإجابة : تتساوى عند أدنى قيمة التكاليف المتوسطة الكلية