# تمارين الإنتاج
# في الأجل القصير

س١ :- $Q = 24L^2 + 9L - L^3$

إذا أعطيتي دالة الإنتاج أوجدي
أجيبي عن الآتي :-

١- هل دالة الإنتاج في الأجل القصير
أم الطويل ولماذا ؟!

في الأجل القصير، لأن لدينا متغير واحد فقط (L)

٢- أوجدي الانتاجية الحدية لعنصر العمل مع كتابة القانون ؟!

نفس بعض ← $\Phi = TP$

القانون ←

$$MP_L = \frac{\Delta \Phi}{\Delta L} = \frac{\Delta TP}{\Delta L}$$

الحل ←

نشتق دالة الإنتاج بالنسبة للعنصر المتغير في هذا السؤال L هو المتغير

$$MP_L = \frac{\Delta \Phi}{\Delta L} = 48L + 6 - 3L^2$$

---

٣- أوجدي عدد العمال الذي تصل عنده الإنتاجية الحدية لأقصى قيمة لها ؟

نشتق $MP_L$ بالنسبة لعنصر العمل

* ملاحظة ت

هذا السؤال تتغير الصياغة لكن الإجابة واحده من ضمن الصيغ ( عدد العمال عند بدء قانون تناقص الغلة أو عدد العمال عند نقطة الإنقلاب ) تذكري الرسم 😊

$$\frac{\Delta MP}{\Delta L} = 48 - 6L = 0$$

الحل :

$$\frac{48}{6} = \frac{6L}{6}$$

$L = 8$ ← ا

٤- أوجدي الانتاج المتوسط ( AP ) لعنصر العمل مع كتابة القانون ؟

القانون ←

$$AP_L = \frac{Q}{L} = \frac{TP}{L}$$

الحل ←

$$AP_L = \frac{24L^2 + 4L - L^3}{L}$$

نشيل L من البسط والمقام ت

$$AP_L = 24L + 4 - L^2$$

## ٥- أوجدي عدد العمال عند مرحلة ثبات الغلة ؟

ملاحظات

① نفس الإجابة إذا طُلب عدد العمال عندما يصل الإنتاج المتوسط لأقصى قيمه له أو عندما

② يتساوى الإنتاج الحدي والإنتاج المتوسط

③ أو عندما يصل عنصر العمل لأقصى كفاءة 😎

الحل ← نشتق $AP_L$ بالنسبة لعنصر العمل

$$\frac{\Delta AP_L}{\Delta L} = 24 - 2L \overset{+}{=} 0$$

$$\frac{24}{2} = \frac{2L}{2} \rightarrow L = 12$$

---

## ٦- أوجدي مرونة الإنتاج لعنصر العمل عند مرحلة ثبات الغلة ؟!

$$E_L = \frac{MP_L}{AP_L} = \frac{48L + 9 - 3L^2}{24L + 4L - L^2}$$

$$E_L = \frac{48(12) + 4 - 3(12)^2}{24(12) + 4(12) - (12)^2} = 1$$

## السؤال الثاني :-

## الإنتاج في الأجل القصير – متغير واحد ومدخل ثابت واحد

مثال: دالة الإنتاج لشركة تجميع حواسيب هي:

$$q = 0.1\,K\,L + 3\,K\,L^2 - 0.1\,K\,L^3$$

١. ما هي دالة الإنتاج في الأجل القصير إذا كان رأس المال ثابت عند $\bar{K} = 10$؟
٢. ماهي الإنتاجية الحدية لعنصر العمل $(MP_L)$؟
٣. ماهي الإنتاجية المتوسطة لعنصر العمل $(AP_L)$؟
٤. ارسم منحنى الإنتاجية الحدية للعمل $(MP_L)$ الإنتاجية المتوسطة للعمل $(AP_L)$، والإنتاج $(q)$.



## الإنتاج في الأجل القصير – متغير واحد ومدخل ثابت واحد

الحل:

$$q = 0.1\;\;K\,L + 3\,K\,L^2 - 0.1\,K\,L^3$$

دالة الإنتاج في الأجل القصير إذا كان رأس المال ثابت عند $\bar{K} = 10$؟

$$q\Big|_{\bar{K}} = 0.1(10)L + 3(10)L^2 - 0.1(10)L^3 = L + 30L^2 - L^3$$

اشتقاق ت

الإنتاجية الحدية لعنصر العمل $(MP_L)$؟

$$MP_L = \frac{\partial q}{\partial L}\Big|_{\bar{K}} = 1 + (2)(30)L - (3)L^2 = 1 + 60L - 3L^2$$



## الإنتاج في الأجل القصير – متغير واحد ومدخل ثابت واحد

الإنتاجية المتوسطة لعنصر العمل:

$$AP_L = \frac{q}{L}\Big|_{\bar{K}} = \frac{L + 30L^2 - L^3}{L} = 1 + 30L - L^2$$