One-Way ANOVA
or
Single factor analysis

① لدينا : (i) متغير مستقل واحد independent/factor/treatment وبالعادة يكون وصفي .

هذا المتغير له أكثر من مستويين level/condition/category

(ii) متغير تابع واحد dependent/response وبالعادة يكون عددي .

هذا المتغير هو نفسه لمستويات المتغير المستقل بحيث يحقق

- أنهم من مجتمعات طبيعية normal distribution
- أنهم مستقلين عن بعضهم البعض
- تباينات هذه المجتمعات متساوية فيما بينهم

(iii) البيانات ممثلة على النحو التالي :

treatment

1	2	....	k
y_{11}	y_{21}	-----	y_{k1}
y_{12}	y_{21}	----	y_{k1}
⋮	⋮	⋮	⋮
y_{1n_1}	y_{2n_2}	----	y_{kn_k}
$\bar{Y}_{1.}$	$\bar{Y}_{2.}$	-----	$\bar{Y}_{k.}$
S_1^2	S_2^2	----	S_k^2
$df_1 = n_1 - 1$	$df_2 = n_2 - 1$	-----	$df_k = n_k - 1$

حسابة من الآلة الحاسبة بإدخال كل عامود لوحده لحساب المتوسط والتباين للعينة

حسابة من الآلة الحاسبة بحيث :

$X \Leftarrow \bar{Y}_{i.}$	$Freq \Leftarrow n_i$

grand mean $= \bar{Y}_{..} = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} n_i \bar{Y}_{i.}}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$

بحيث هذه البيانات لها نموذج Model وهو :

$$Y_{ij} = \mu_{ij} + e_{ij} , \quad i = 1, 2, \dots, k$$
$$j = 1, 2, \dots, n_i$$
$$n = \sum_{i=1}^{k} n_i = \text{total of observation}$$

independent random error where $e_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$

② الاختبار بين متوسطات المتغير التابع بناءً على مستويات المتغير المستقل :

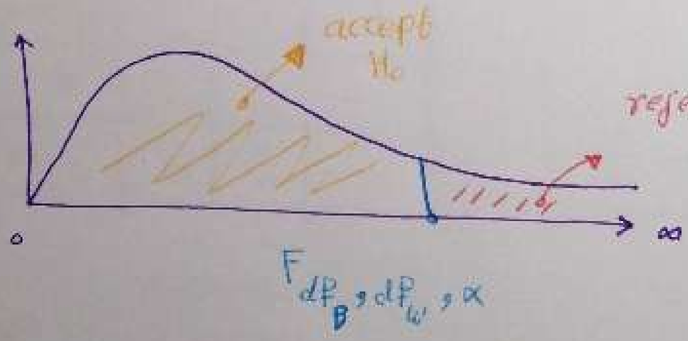
ⓘ hypothesis test : $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$ Vs H_1: at least one of the means different

ⓘⓘ compute test statistic :

Source of variation	Sum of squares SS	df	mean squares $MS = \frac{SS}{df}$	$F_{T.S.}$
Variation between groups or variation due to the factor	$SSB = \sum_{i=1}^{k} n_i (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$	$df_B = k-1$	$MSB = \frac{SSB}{df_B}$	$F_{T.S.} = \frac{MSB}{MSW}$
Variation within groups or error variation	$SSW = SSE = \sum_{i=1}^{k} df_i S_i^2$	$df_W = df_E = \sum_{i=1}^{k} df_i = n-k$	$MSW = MSE = \frac{SSW}{df_W}$	
total variation	$SSToT = SST = SSB + SSW$	$df_{total} = n-1$		

$$\therefore F_{T.S.} = \frac{\text{Variation between groups}}{\text{Variation within groups}} = \frac{MSB}{MSW} \sim F_{df_B, df_E}$$

ⓘⓘⓘ



ⓘⓥ decision

or

if $F_{T.S.} > F_{df_B, df_W, \alpha}$ then we reject H_0

if P-Value $= P(F_{df_B, df_W} > F_{T.S.}) \le \alpha$ then we reject H_0

Two-Way ANOVA

or

Two-way Analysis of Variance

or

randomized block design

① لدينا: (i) متغيرين مستقلين

treatment / A / independent factor — وبالعادة تكون وصفي...

و

block / B / independent factor

هذان المتغيران لهما مستويين أو أكثر level / condition / category

(ii) متغير تابع واحد dependent / response وبالعادة يكون عددي..

هنا المتغير هو نفسه لمستويات المتغيرين المستقلين.

(iii) البيانات ممثلة على النحو التالي:

treatments \ blocks	1	2	......	b	treatment means
1	Y_{11}	Y_{12}	----	Y_{1b}	$\overline{Y}_{1.}$
2	Y_{21}	Y_{22}	----	Y_{2b}	$\overline{Y}_{2.}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
k	Y_{k1}	Y_{k2}	----	Y_{kb}	$\overline{Y}_{k.}$
block means	$\overline{Y}_{.1}$	$\overline{Y}_{.2}$	......	$\overline{Y}_{.b}$	

response observation

حسابه من الآلة الحاسبة بإدخال كل صف لوحده لحساب المتوسط

حسابه من الآلة الحاسبة بإدخال كل عمود لوحده لحساب المتوسط

$$\overline{Y}_{..} = \frac{b\sum_{i=1}^{k}\overline{Y}_{i.}}{\sum_{i=1}^{k} b} = \frac{k\sum_{j=1}^{b}\overline{Y}_{.j}}{\sum_{j=1}^{b} k}$$

من الآلة الحاسبة يمكن حسابه

بحيث هذه البيانات لها نموذج Model وهو:

$$Y_{ij} = \mu_{ij} + e_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad j = 1, 2, \dots, b$$

independent random error where $e_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$

وأيضاً لدينا

$\mu_{i.} = E(\overline{Y}_{i.}) \rightarrow$ response mean of level i of the treatment

$\mu_{.j} = E(\overline{Y}_{.j}) \rightarrow$ " " " j " " block

$\mu_{..} = E(\overline{Y}_{..}) \rightarrow$ overall mean

② الأختبار بين متوسطات المتغير التابع بناءاً على مستويات أحد المتغيرين المستقلين بغض النظر عن المتغير الآخر :

For treatment effect | **For block effect**

ⓘ hypothesis test:

For treatment effect:

$H_0: \mu_{1.} = \mu_{2.} = \dots = \mu_{k.}$

Vs H_1: at least two of the treatment means are not equal

For block effect:

$H_0: \mu_{.1} = \mu_{.2} = \dots = \mu_{.b}$

Vs H_1: at least two of the block means are not equal

ⓘⓘ compute test statistic:

Source of variation	Sum of squares SS	df	mean squares MS = SS / df	$F_{T.S.}$
Variation between groups due to the factor A (treatment)	$SSA = \sum_{i=1}^{k} (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 b$	$df_A = k-1$	$MSA = \frac{SSA}{df_A}$	$F^A = \frac{MSA}{MSE}$
Variation between groups due to the factor B (block)	$SSB = \sum_{j=1}^{b} (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})^2 k$	$df_B = b-1$	$MSB = \frac{SSB}{df_B}$	$F^B = \frac{MSB}{MSE}$
Variation within groups or error (residual) variation	$SSE = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{b} (y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..})^2 = SST - (SSA + SSB)$	$df_E = (k-1)(b-1)$	$MSE = \frac{SSE}{df_E}$	
total variation	$SSTOT = SST = SSA + SSB + SSE = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{b} (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$	$df_T = kb-1$		

For treatment effect:

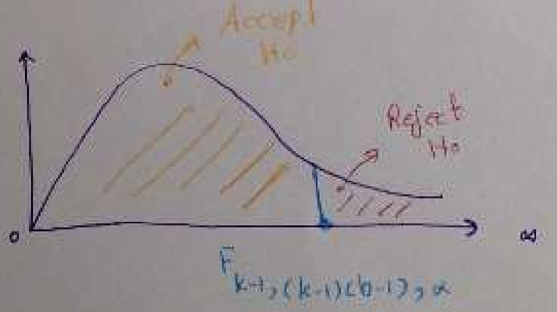
$\therefore F_{T.S}^{treat} = \frac{MSA}{MSE} \sim F_{k-1, (k-1)(b-1)}$

For block effect:

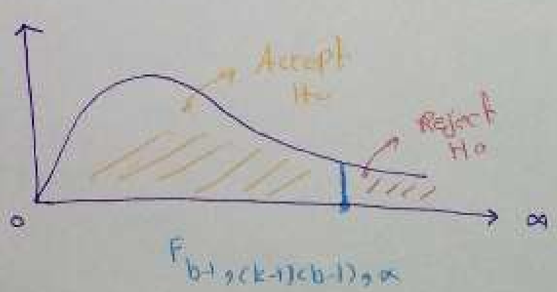
$\therefore F_{T.S}^{block} = \frac{MSB}{MSE} \sim F_{b-1, (k-1)(b-1)}$

ⓘⓘⓘ

For treatment effect:



For block effect:



ⓘⓥ

For treatment effect:

if $F_{T.S}^{treat} > F_{k-1, (k-1)(b-1), \alpha}$ then we reject Ho

For block effect:

if $F_{T.S}^{block} > F_{b-1, (k-1)(b-1), \alpha}$ then we reject Ho