

## المحاضرة الثانية

### الدوال الخطية وتطبيقاتها الاقتصادية

**مفهوم الدوال :** القاعدة التي تربط مقداراً متغيراً مع مقدار آخر

## الصورة العامة للدالة الخطية :

$$ص = ي + م س$$

ص المتغير التابع      س المتغير المستقل أو التفسيري

- $ي$  (الثابت) الجزء المقطوع من المحور الصادي (محور المتغير التابع ) أو ( قيمة ص عندما س = صفر )
- $م$  ميل الخط = ظل الزاوية التي يصنعها الخط المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات (محور المتغير المستقل ) أو التغير الحدي للمتغير التابع عند تغير المتغير المستقل بمقدار وحدة واحدة .

**مثال /** إذا كانت  $ي = ١٥$      $م = ٣$     فماهي معادلة خط المستقيم ؟

الحل

$$ص = ١٥ + ٣س$$

إيجاد معادلة الخط المستقيم

بمعلومية ميل ونقطة

بمعلومية نقطتين

١- لإيجاد معادلة المستقيم بمعلومية نقطتين نستخدم العلاقة التالية :

$$\frac{ص_1 - ص_2}{س_1 - س_2} = \frac{ص - ص_1}{س - س_1}$$



**مثال ١**

أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطتين (٢, ٢) ، (٨, ٤)

**الحل /**

بعدما حددنا النقاط أعلاه نطبق على العلاقة التالية

$$\frac{ص_1 - ص_2}{س_1 - س_2} = \frac{ص - ص_1}{س - س_1}$$

$$\frac{2-8}{2-4} = \frac{ص-2}{س-2}$$

$$\frac{6}{2} = \frac{ص-2}{س-2}$$

$$3 = \frac{ص-2}{س-2}$$

$$ص - 2 = 3(س - 2)$$

$$ص - 2 = 3س - 6$$

$$ص = 3س - 4$$

معادلة خط المستقيم المطلوبة هي :  $ص = 3س - 4$

## مثال ٢

إذا كانت العلاقة بين المتغيرين س و ص علاقة خطية بحيث أنه عند  $s = 20$  وحدة تكون  $v = 40$  وحدة وعندما تصبح  $s = 100$  وحدة تكون  $v = 160$  وحدة المطلوب / إيجاد معادلة الخط المستقيم التي تصف العلاقة الخطية بين س و ص ثم اوجد قيمة ص عندما تكون  $s = 500$  وحدة ؟

## الحل /

إيجاد معادلة المستقيم بين س و ص :

يتم تحديد النقطتين الممثلتين للعلاقة بين المتغيرين ( س و ص ) كما يلي :

$$(s_1, v_1) = (20, 40)$$

$$(s_2, v_2) = (100, 160)$$

الآن بعدما استخرجنا النقاط من السؤال نطبق على العلاقة

$$\frac{v_1 - v_2}{s_1 - s_2} = \frac{v - v_1}{s - s_1}$$

$$\frac{40 - 160}{20 - 100} = \frac{40 - v}{20 - s}$$

$$\frac{120}{80} = \frac{40 - v}{20 - s}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{40 - v}{20 - s}$$

$$2v - 3s = 80$$

$$2v = 3s + 80$$

$$2v = 3s + 80$$

بالقسمة على ٢

$$v = 1.5s + 40$$

إيجاد قيمة ص عندما تكون  $s = 500$  وحدة

$$v = 1.5(500) + 40 = 750 + 40 = 790 \text{ وحدة}$$

٢- لإيجاد معادلة خط المستقيم بمعلومية الميل ونقطة واحدة نستخدم العلاقة  
التالية :

$$\text{ص} - \text{ص}_1 = \text{م} (\text{س} - \text{س}_1)$$

مثال ٣

أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (٣ ، ٢-) إذا كان ميل ذلك الخط  
المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات يساوي (٥-).

$$\text{م} = ٥- \quad \text{ص}_1 = ٢- \quad \text{س}_1 = ٣$$

بعدما حددنا النقاط من السؤال نطبق مباشرة على العلاقة

$$\text{ص} - \text{ص}_1 = \text{م} (\text{س} - \text{س}_1)$$

$$\text{ص} - (٢-) = (٥-) (\text{س} - ٣)$$

$$\text{ص} + ٢ = ٥\text{س} - ١٥$$

$$\text{ص} = ٥\text{س} - ١٣$$

وتكون الدالة الخطية هي

$$\text{ص} = ٥\text{س} - ١٣$$

## التطبيقات الاقتصادية

### دالة الطلب :

الطلب : هو عبارة عن الكميات التي يرغب المستهلكون في شرائها خلال فترة زمنية محددة عند أثمان مختلفة على أن تكون الرغبة مدعومة بقدرة شرائية

#### محددات الطلب ( العوامل المؤثرة )

عوامل ١- كمية ٢- نوعية

#### ماهي العلاقة بين الكميات المطلوبة والثلثن ؟

علاقة عكسية

بحيث إذا **زادت** الكمية **انخفض** الثلثن والعكس صحيح

#### ماهو السبب في كون أن العلاقة بين الكمية المطلوبة والثلثن علاقة عكسية ؟

١- في حالة انخفاض الثلثن يستطيع أن يشتري كميات أكبر من السلعة بنفس المقدار من النقود والعكس في حالة ارتفاع الثلثن

٢- استبدال السلع الرخيصة محل السلع المرتفعة الثلثن .

### الصورة العامة لدالة الطلب الخطية

$$P = Y - M \cdot T$$

## مثال ٤ :

إذا كانت العلاقة بين الكمية المطلوبة (ط) وثمان الوحدة (ث) بأحد المؤسسات التجارية بجدة علاقة خطية بحيث أنه عند بيع ٢٠ وحدة إنتاج يكون الثمن ١٥٠٠ ريال وعند بيع ١٠٠ وحدة يكون الثمن ١٠٠٠ ريال .

### المطلوب :

- ١- إيجاد الدالة الخطية التي تصف العلاقة بين الكمية المطلوبة (ط) وثمان البيع (ث)
- ٢- إيجاد الكمية المطلوبة عند ثمن بيع ١٢٠٠ ريال؟

### الحل /

أيجاد الدالة الخطية بين كمية الطلب والثمان  
يمكن تحديد النقطتين الممثلين للعلاقة بين المتغيرين (ط،ث) كما يلي:

$$\text{ث}_1 ( ) = ( ١٥٠٠ , ٢٠ )$$

$$\text{ث}_2 ( ) = ( ١٠٠٠ , ١٠٠ )$$

الآن بعدما استخراجنا النقاط من السؤال نطبق على العلاقة

$$\frac{\text{ط}_1 - \text{ط}_2}{\text{ث}_1 - \text{ث}_2} = \frac{\text{ط} - \text{ط}_1}{\text{ث} - \text{ث}_1}$$

$$\frac{20 - 100}{1500 - 1000} = \frac{20 - \text{ط}}{1500 - \text{ث}}$$

$$\frac{80}{500} = \frac{20 - \text{ط}}{1500 - \text{ث}}$$

$$١٢٠٠٠٠ - ٨٠ \text{ ث} = 10000 + \text{ط} ٥٠٠ -$$

$$١٠٠٠٠ - ١٢٠٠٠٠ - ٨٠ \text{ ث} = \text{ط} ٥٠٠ -$$

$$١٣٠٠٠٠ - ٨٠ \text{ ث} = \text{ط} ٥٠٠ -$$

بقسمة الطرفين على -٥٠٠

$$ط = ٠,١٦ - ث + ٢٦٠$$

وبذلك تكون دالة الطلب الخطية هي :  $ط = ٢٦٠ - ٠,١٦ ث$

تحديد الكمية المطلوبة عند ثمن بيع ١٢٠٠ ريال :

عندما يكون الثمن ١٢٠٠ ريال يتم التعويض في دالة الطلب الخطية السابقة عن  $ث = ١٢٠٠$  تكون الكمية المطلوبة هي

$$ط = ٢٦٠ - ٠,١٦ ث$$

$$= (١٢٠٠ \times ٠,١٦) - ٢٦٠$$

$$= ١٩٢ - ٢٦٠ = ٦٨ \text{ وحدة}$$

### مثال ٥

إذا كانت العلاقة بين الطلب ( ط ) والثمن ( ث ) علاقة خطية بحيث إنه عند الطلب ٢٠٠ وحدة يكون الثمن ١٠ ريالاً . وكان معدل التغير في الكمية المطلوبة ( الميل ) = -٤ المطلوب / إيجاد معادلة خط المستقيم التي تصف العلاقة بين ثمن السلعة والكمية المطلوبة منها ؟

### الحل /

حيث إن المعلوم هنا الميل والنقطة تكون المعادلة في الصورة

$$ط - ط_1 = م ( ث - ث_1 )$$

حيث أن الميل هنا  $م = -٤$  ( لأن العلاقة بين الكمية والثمن علاقة عكسية كما ذكرنا )

النقطة هي : (  $ث_1, ط_1$  ) أي ( ١٠ . ٢٠٠ )

$$ط - ٢٠٠ = -٤ ( ث - ١٠ )$$

$$ط - ٢٠٠ = -٤ ث + ٤٠$$

$$ط = ٤٠ + ٤٠ + ٢٠٠$$

$$ط = ٢٤٠ + ٤٠$$

### مثال ٧

إذا أردنا التعبير عن العلاقة بين الكميات المطلوبة والتمن آخذين في الاعتبار أثر تغير الدخل على الكميات المطلوبة يمكن التعبير عن ذلك بمعادلة كالآتي :

$$ط = ٤٠٠ - ٢٠ ث + ٢ ل$$

حيث تعبر ط عن الكميات المطلوبة وتعبر ث عن الثمن وتعبر ( ل ) عن الدخل . والمطلوب والتعبير عن العلاقة بين الكميات المطلوبة ( ط ) والتمن ( ث ) في الحالتين التاليتين :

١- إذا كان الدخل ثابتاً عند مستوى ٢٥٠ وحدة

٢- إذا ارتفع الدخل إلى ٣٥٠ وحدة

### الحل /

١- إذا كان الدخل ثابتاً عند المستوى ٢٥٠ وحدة فإن :

$$ط = ٤٠٠ - ٢٠ ث + ٢ \times ٢٥٠$$

وعلى ذلك تكون الدالة التي تعبر عن العلاقة بين الكميات المطلوبة ( ط ) والتمن ( ث ) في هذه الحالة هي :

$$ط = ٤٠٠ - ٢٠ ث + ٥٠٠$$

$$= ٩٠٠ - ٢٠ ث$$

٢- إذا فرضنا أن الدخل قد ارتفع إلى ٣٥٠ وحدة فإن

$$ط = ٤٠٠ - ٢٠ ث + ٢ \times ٣٥٠$$

وعلى ذلك تكون الدالة التي تعبر عن العلاقة بين الكميات المطلوبة ( ط ) والتمن ( ث ) في هذه الحالة هي :

$$ط = ٤٠٠ - ٢٠ ث + ٧٠٠$$

$$= ١١٠٠ - ٢٠ ث$$

وفي الحالة الثانية سينتقل منحنى الطلب إلى يمين منحنى الطلب في الحالة الأولى ( أي قبل زيادة الدخل ) ولكنه سيظل موازياً له .

## مثال ٨

يفرض أن الدالة التالية تمثل العلاقة بين حجم الطلب على سلعة ما ( ط ) و ثمن بيع الوحدة الأولى من تلك السلعة ( ث ) :

$$ط = ٥٠٠٠ - ٥ ث$$

### فالمطلوب :

- ١- شرح مدلول هذه الدالة موضعاً ما تشير إليه من طبيعة العلاقة بين حجم الطلب ( ط ) و ثمن بيع الوحدة ( ث ) .
- ٢- إذا كان المستهدف هو زيادة الكمية المطلوبة من السلعة إلى ٥٠٠ وحدة فما هو ثمن البيع الذي نتوقع أن يحقق لم هذا المستوى من المبيعات ؟

### الحل /

١- طبيعة العلاقة بين المتغيرين :

تعكس المعادلة  $ط = ٥٠٠٠ - ٥ ث$  ما يلي :

- العلاقة بين المتغيرين ( ث ، ط ) علاقة خطية حيث تتوقف قيمة المتغير التابع ( ط ) على القيمة التي يأخذها المتغير المستقل ( ث ) .
- أن قيمة الثابت ( ي ) تساوي ( ٥٠٠٠ ) ويعني ذلك أن القيمة التقديرية للمتغير التابع ( ط ) تساوي ( ٥٠٠٠ ) عندما تساوي قيمة المتغير المستقل ( ث ) صفراً .
- إن معامل المتغير المستقل ( ث ) يأخذ إشارة سالبة ويساوي ( - ٥ ) مما يشير إلى أن العلاقة بين المتغيرين ( ث ، ط ) علاقة عكسية ، فزيادة المتغير ( ث ) بمقدار واحد صحيح تنقص القيمة التقديرية للمتغير ( ط ) بمقدار ٥ وحدات وتزداد هذه القيمة التقديرية بمقدار ( ٥ ) إذا نقصت قيمة المتغير ( ث ) بمقدار واحد صحيح .

٢- لإيجاد ثمن البيع الذي يحقق كمية الطلب ( ٥٠٠ وحدة ) يتم التعويض عن المتغير ط في المعادلة بالمستوى المطلوب تحقيقه وعلى ذلك يكون :

نعوض في دالة الطلب بالتعويض عن  
قيمة ط ب ٥٠٠ لإيجاد ثمن البيع ( ث )

$$ط = ٥٠٠٠ - ٥ ث$$

$$٥٠٠ = ٥٠٠٠ - ٥ ث$$

$$٥٠٠ - ٥٠٠٠ = - ٥ ث$$

$$٤٥٠٠ = ٥ ث$$

$$٩٠٠ = ث$$

## مرونة الطلب السعرية

يستخدم الاقتصاديون مقياساً كمياً لمعرفة مدى التغيرات التي تحدث في الكمية المطلوبة من سلعة أو خدمة ما نتيجة للتغيرات في ثمنها بمعنى آخر مدى استجابة الكميات المطلوبة من سلعة أو خدمة ما للتغير في ثمن السلعة وهذا المقياس يعرف باسم مرونة الطلب .

### بمعنى آخر هي

$$\text{مرونة الطلب السعرية} = \frac{\text{التغير النسبي في الكمية المطلوبة من سلعة أو خدمة ما}}{\text{التغير النسبي في ثمنها}} = \text{م ث}$$

إن معامل المرونة ( القيمة المطلقة لمرونة الطلب السعرية ) يدلنا على نسبة التغير المئوي في الكمية المطلوبة من سلعة أو خدمة ما عن ادمت يتغير صمنها بمسبة معينة ( ١% مثلاً أو أي نسبة )

فعلى سبيل المثال لو تم حساب مرونة الطلب السعرية وكانت النتيجة ( -٢ ) فإن ذلك يعني أن زيادة ( انخفاض ) الثمن بنسبة ( ١% مثلاً ) سيؤدي إلى انخفاض ( زيادة ) الكمية المطلوبة بنسبة ٢% .

## مثال ٩

بفرض أن العلاقة بين ثمن سلعة معينة ( ث ) والكمية المطلوبة من تلك السلعة ( ط ) هي :

$$\text{ث} = 30 - \frac{\text{ط}}{5}$$

وفي خلال فترة زمنية أرتفع حجم الطلب على هذه السلعة من ٧٥ وحدة إلى ١٠٠ وحدة فأحسب مرونة الطلب على هذه السلعة مع تفسير ما تصل إليه من نتائج .

الحل /

### خطوات حل مرونة الطلب السعرية ؟

- ١- إيجاد ط ١ و ط ٢ من نفس السؤال .
- ٢- إيجاد ث ١ و ث ٢ من العلاقة التي تأتي لك في السؤال .
- ٣- التطبيق على قانون المرونة السعرية

$$\text{ث}_1 = 30 - \frac{75}{5} = 15$$

$$\text{ث}_2 = 30 - \frac{100}{5} = 10$$

$$\text{عند ط}_1 = 75$$

$$\text{عند ط}_2 = 100$$

$$\text{م ث} = \frac{100 \times \frac{\text{ث}_1 - \text{ث}_2}{\text{ث}_1}}{100 \times \frac{\text{ط}_1 - \text{ط}_2}{\text{ط}_1}}$$

$$\text{م ث} = \frac{100 \times \frac{15 - 10}{15}}{100 \times \frac{75 - 100}{75}}$$

$$1 - = \frac{15}{5-} \times \frac{25}{75} = \frac{5-}{15} \div \frac{25}{75}$$

وهذا يعني أن الطلب متكافئ المرونة

## مثال ١٠

إذا كانت العلاقة بين الكمية المطلوبة من سلعة معينة (ط) وثمان تلك السلعة (ث) هي :

$$ط = 3\frac{1}{3} - \frac{1}{3} ث$$

**المطلوب :**

الحل /

$$عند ث = 1 = 75 - 30 ط \quad 15 = 3\frac{75}{5} - 30 ط$$

$$عند ث = 2 = 100 - 2 ط \quad 10 = \frac{100}{5} - 30 ط$$

$$م ث = 1000 \times \frac{1 ط - 2 ث}{1 ط} \div 1000 \times \frac{1 ث - 2 ط}{1 ث}$$

$$م ث = 1000 \times \frac{15 - 10}{15} \div 1000 \times \frac{75 - 100}{75}$$

$$1 - = \frac{15}{5 -} \times \frac{25}{75} = \frac{5 -}{15} \div \frac{25}{75}$$

وهذا يعني إن الطلب متكافئ المرونة

## دالة العرض :

العرض : هو عبارة عن الكميات التي ترغب وتستطيع الوحدات الإنتاجية إنتاجها بهدف بيعها عند أثمان مختلفة وخلال فترة زمنية معينة

ماهي العلاقة بين الكميات المعروضه والثلن ؟

علاقة طردية

بحيث إذا **زادت** الكمية **زاد** الثمن والعكس صحيح أي كلما **انخفضت** الكمية **انخفض** الثمن

وهذا ما يسمى **بقانون العرض**

## الصورة العامة العرض الخطية

$$\text{ض} = \text{ي} + \text{م} \text{ ث}$$

## مثال ١١

إذا كانت العلاقة بين الكمية المعروضة من أحد الأجهزة الكهربائية (ض) والتمن (ث) بأحد المؤسسات التجارية علاقة خطية بحيث أنه عندما يكون الثمن ٤٠٠ ريال للجهاز يتم عرض ٢٠ جهازاً للبيع وعندما يكون الثمن ١٦٠٠ ريال يتم عرض ١٠٠ جهاز للبيع .

المطلوب / إيجاد دالة العرض الخطية التي تصف العلاقة بين الكمية المعروضة (ض) و الثمن البيع (ث) ثم أوجد ثمن البيع عندما تكون الكمية المعروضة ٢٠٠ جهاز؟

**الحل /** إيجاد معادلة خط المستقيم بين الكمية المعروضة (ض) و الثمن البيع (ث) :

يمكن تحديد النقطتين الممثلتين للعلاقة بين المتغيرين (ث ، ض) على النحو التالي :

$$\begin{array}{c} \downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow \\ ( ٢٠ , ٤٠٠ ) = ( ض_١ , ث_١ ) \\ \\ ( ١٠٠ , ١٦٠٠ ) = ( ض_٢ , ث_٢ ) \\ \uparrow \qquad \uparrow \qquad \uparrow \end{array}$$

هل تذكر معادلة خط المستقيم لنقطتين؟

هذا نفسه لكن كما قلت لكم نستخدمها على حسب العلاقة في هذا المثال يريدنا إيجاد معادلة خط المستقيم والعلاقة كما هو واضح في المثال بين الكمية المعروضة و الثمن أي العلاقة بين (ض) و (ث).

$$\frac{ض_١ - ض_٢}{ث_١ - ث_٢} = \frac{ض - ض_٢}{ث - ث_٢}$$

$$\frac{20 - 100}{400 - 1600} = \frac{ض - 20}{ث - 400}$$

$$\frac{80}{1200} = \frac{ض - 20}{ث - 400}$$

$$\frac{1}{15} = \frac{ض - 20}{ث - 400}$$

**وسطين في طرفين :** أي تضرب البسط للكسر الأول في المقام للكسر الثاني و تضرب البسط للكسر الثاني في مقام

$$\frac{\text{بسط}}{\text{مقام}} = \frac{\text{بسط}}{\text{مقام}} \quad \text{البسط الأول}$$

$$١٥ ض - ٣٠٠ = ث - ١٠٠$$

$$١٥ ض - ٣٠٠ = ث - ٤٠٠$$

$$١٥ \text{ ض} = ٤٠٠ - ٣٠٠$$

$$١٠٠ - \text{ض} = ١٥$$

### بالقسمة على ١٥

دالة العرض الخطية هي :

$$\text{ض} = -\frac{100}{15} + \frac{1}{15} \text{ ث}$$

### تحديد ثمن البيع عند طرح ٢٠٠ جهاز للبيع :

نضربها في ١٥ حتى نتخلص من الكسور

من دالة العرض السابقة نجد أن :

$$\text{ض} = -\frac{100}{15} + \frac{1}{15} \text{ ث}$$

### وبالضرب × ١٥

$$١٥ \text{ ض} = -١٠٠ + \text{ث}$$

دالة العرض العكسية هي :

$$\text{ث} = ١٠٠ + ١٥ \text{ ض}$$

عند عرض ٢٠٠ جهاز للبيع يكون ثمن البيع هو

نعوض بدلاً من ض ب ٢٠٠

$$\text{ث} = ١٠٠ + (١٥ \times ٢٠٠)$$

$$\underline{٣١٠٠} = ٣٠٠٠ + ١٠٠ =$$

## مثال ١٢

بفرض أن الكميات المعروضة تتغير ليس نتيجة الثمن فقط ولكن نتيجة تغير تكاليف الإنتاج أو الظروف الجوية ( بالنسبة للإنتاج الزراعي ) أو أثمان السلع الأخرى .... الخ وكانت العلاقة التي تعبر عن ذلك على النحو التالي :

$$\text{ض} = ٥٠٠ + ٥\text{ث} - ٣\text{ت}$$

حيث أن :

ض : تعبر عن الكميات المعروضة

ث : تعبر عن الثمن .

ت : تعبر عن تكاليف الإنتاج

والمطلوب التعبير عن العلاقة بين الكميات المعروضة ( ض ) والثمن ( ث ) في الحالتين التاليتين :

(١) إذا كانت تكاليف الإنتاج ثابتة عند مستوى ١٠٠ ريال .

(٢) إذا ارتفعت تكاليف الإنتاج إلى ١٥٠ ريالاً .

تعويض  
مباشر  
من  
المعادلة

الحل /

١- إذا كانت تكاليف الإنتاج ثابتة عند مستوى المستوى ١٠٠ ريال فإن :

$$\text{ض} = ٥٠٠ + ٥\text{ث} - ٣ \times ١٠٠$$

$$\text{ض} = ٥٠٠ + ٥\text{ث} - ٣٠٠$$

$$\text{ض} = ٥٠٠ - ٣٠٠ + ٥\text{ث}$$

وعلى ذلك تكون الدالة التي تعبر عن العلاقة بين الكميات المعروضة والثمن في هذه الحالة هي :

$$\text{ض} = ٢٠٠ + ٥\text{ث}$$

٢- إذا فرضنا أن تكاليف الإنتاج قد ارتفعت إلى ١٥٠ ريال فإن :

حل هذه الفقرة نفس اللي حلينها في الفقرة السابقة

نعرف بأن المعادلة الخطية  
تكون بهذا الشكل

$$\text{ص} = \text{ي} + \text{م} + \text{س}$$

أليس كذلك مع اختلاف  
العلاقات يعني إذا كانت  
العلاقة بين العرض والثمن  
تكون الدالة

$$\text{ض} = \text{ي} + \text{م} + \text{ث}$$

في هذا المثال **التطبيق مباشر** فقط تعوض بدلاً من تكاليف الإنتاج التي يرمز لها بالمعادلة في السؤال بـ (ت) فقط

نعوض بدلاً عن التكاليف بـ ١٠٠ ثم نرتب المعادلة كما شرحتها في المثال السابق حتى نستخرج معادلة العرض بعد ثبات التكاليف وزيادتها 😊

مرونة العرض :

هي مقياس لدرجة استجابة التغيرات في الكمية المعروضة من سلعة أو خدمة ما للتغيرات في ثمنها

مرونة العرض السعرية = م ض =  $\frac{\text{التغير النسبي في الكمية المعروضة من سلعة أو خدمة ما}}{\text{التغير النسبي في ثمنها}}$

ماذا يعني ذلك ؟

- أن معاملة المرونة يدلنا على نسبة التغير المئوي في الكمية المعروضة من سلعة أو خدمة ما عندما يتغير ثمنها بنسبة ( ١ % ) .

مثال / لو تم حساب مرونة العرض وكانت النتيجة ( ٣ ) فإن ذلك يعني أن زيادة ( انخفاض ) الثمن بنسبة ( ١ % ) سيؤدي إلى زيادة ( انخفاض ) الكمية المعروضة بنسبة ( ٣ % ) وبما أن العلاقة بين ثمن السلعة والكمية المعروضة منها طردية فإن إشارة مرونة العرض لا بد أن تكون موجبة .

مرونة العرض السعرية = م ض =  $\frac{\text{التغير النسبي في الكمية المعروضة من سلعة أو خدمة ما}}{\text{التغير النسبي في ثمنها}}$

$$\frac{\Delta \text{ض}}{\text{ض}_1} \times \frac{\text{ت}}{\Delta \text{ت}} =$$

وتأخذ مرونة العرض إشارة موجبة حيث أن العلاقة بين الكمية المعروضة والثمن طردية

### مثال ١٣

إذا كانت العلاقة بين الكمية المعروضة من سلعة معينة (ض) و ثمن هذه السلعة (ث) يمكن تمثيلها بالدالة التالية :

ض = ٣ - ث ١  
والمطلوب / إيجاد مرونة عرض السلعة إذا انخفض ثمنها من ٢٠ ريالاً إلى ١٥ ريالاً؟  
بالتعويض لاستخراج قيمة ض ١ وض ٢ من المعادلة السابقة

### الحل /

$$\text{عند ث}_1 = 20 = \text{ض}_1 = 3 - \text{ث}_1 \quad \text{فإن ض}_1 = 1 - (20) = 19$$

$$\text{عند ث}_2 = 15 = \text{ض}_2 = 3 - \text{ث}_2 \quad \text{فإن ض}_2 = 1 - (15) = 14$$

### خطوات حل مرونة العرض؟

١- نستخرج الثمن (ث١ ، ث٢) من السؤال .

٢- نستخرج العرض (ض١ ، ض٢) من المعادلة في السؤال

٣- نطبق على قانون مباشرة .

$$م ض = 100 \times \frac{\text{ث}_1 - \text{ث}_2}{\text{ث}_1} \div 100 \times \frac{\text{ض}_1 - \text{ض}_2}{\text{ض}_1}$$

$$م ض = 100 \times \frac{20 - 15}{20} \div 100 \times \frac{19 - 14}{19}$$

$$م ض = 1,02 = \frac{60}{59} = \frac{5}{20} \div \frac{15}{59}$$

## مثال ١٥

إذا كانت العلاقة بين الكمية المعروضة من سلعة معينة (ض) وثمان هذه السلعة (ث) هي :

$$\text{ض} = ٢ \text{ ث}$$

والمطلوب / إيجاد مرونة عرض السلعة إذا انخفض ثمنها من ٢٥ إلى ٢٠ ريالاً؟

### الحل /

إيجاد مرونة العرض إذا انخفض ثمنها من ٢٥ ريالاً إلى ٢٠ ريالاً :

$$\text{عند ث}_1 = ٢٥ \quad \text{ض}_1 = ٥٠ = ١ - (٢٠)^٣$$

$$\text{عند ث}_2 = ٢٠ \quad \text{ض}_2 = ٤٠ = ١ - (١٥)^٣$$

$$\text{م ض} = ١٠٠ \times \frac{\text{ث}_1 - \text{ث}_2}{\text{ث}_1} \div ١٠٠ \times \frac{\text{ض}_1 - \text{ض}_2}{\text{ض}_1}$$

$$\text{م ض} = ١٠٠ \times \frac{25 - 20}{25} \div ١٠٠ \times \frac{50 - 40}{50}$$

$$\text{م ض} = \frac{10 - 5}{25} \div \frac{10 - 5}{50} = \frac{5 - 10}{25} \div \frac{5 - 10}{50} = ١$$

## توازن السوق

### تحديد كمية العرض والطلب في حالة توازن السوق

بعد ما عرفنا كيفية تأثير الكمية المعروضة والكمية المطلوبة بالثمن السائد في السوق ننتقل إلى حالة توازن السوق ومعنى توازن السوق في المنافسة الحرة انه إذا كان الطلب على سلعة معينة يعادل عرضها عند ثمن معين فانه ينشأ حالة توازن السوق وفي هذه الحالة يتحدد ثمن السوق الذي لا يتغير الا نتيجة لتغير العناصر الأخرى غير السعرية التي لا تؤثر في الطلب و / أو العرض .

### خطوات حل سؤال التوازن بين العرض والطلب ؟

١- نساوي المعادلتين أي العرض = الطلب أي  $ض = ط$

٢- نحل المعادلة حتى نستخرج قيمة الثمن (ث)

٣- نعوض في احد المعادلتين حتى نستخرج كمية التوازن

### مثال ١٦

حدد ثمن التوازن وكمية التوازن في حالة ما اذا كان العرض والطلب على النحو التالي :

العرض :  $ض = ٣٠ + ٥$  ( ١ )

الطلب :  $ط = ٢٥ - ٢$  ( ٢ )

الحل / بمساواة المعادلتين ( ١ ) ، ( ٢ ) نحصل على

$$٣٠ + ٥ = ٢٥ - ٢$$

$$٣٥ = ٢٣$$

$$٤ = ٢$$

وبالتعويض عن قيمة  $٤ = ٢$  في المعادلة أي من المعادلتين ( ١ ) أو ( ٢ ) نحصل على :

نعوض في المعادلة ٢ من اجل استخراج كمية التوازن

$$٨ - ٢٥ = ٤ \times ٢ - ٢٥ = ط$$

$$١٧ = ط$$

ويكون **ثمن التوازن** هو ٤ وحده نقد وتكون **كمية التوازن** هي ١٧ وحدة إنتاج .

## دالة تكاليف الإنتاج الخطية

الصيغة العامة للدالة هي :

$$ت = ت ث + م ج$$

ت : تمثل التكاليف الكلية ( المتغير التابع )

ج : حجم الإنتاج أو عدد الوحدات المنتجة ( المتغير المستقل )

ت ث : التكلفة الثابتة (الثابت و يمثل الجزء المقطوع من المحور العمودي ( محور التكاليف).

م : ميل دالة التكلفة = التكلفة الحدية = تكلفة إنتاج الوحدة الواحدة المتغيرة

م ج : تمثل التكاليف المتغيرة

$$\text{التكاليف المتوسطة} = \text{التكاليف الكلية} \div \text{كمية الإنتاج} = \text{س} = \text{ت} \div \text{ج}$$

### مثال ١٧

إذا كانت العلاقة بين كمية الإنتاج (ك) وتكلفة الإنتاج (ت) بأحد المصانع علاقة خطية بحيث أنه عند إنتاج ٣٠ وحدة تكون التكلفة الكلية ٨٠٠ ريال وعند إنتاج ١٠٠ وحدة تكون التكلفة الكلية ١٥٠٠ ريال

المطلوب :

إيجاد معادلة الخط المستقيم التي تصف العلاقة بين كمية الإنتاج (ج) وتكلفة الإنتاج (ت) ، ثم اوجد تكلفة إنتاج ٢٠٠ وحدة .

الحل / إيجاد معادلة الخط المستقيم بين كمية الإنتاج وتكلفة الإنتاج :

يمكن تحديد النقطتين الممثلتين للعلاقة بين المتغيرين

( ج ، ت ) كما يلي

$$\frac{ت_1 - ت_2}{ج_1 - ج_2} = \frac{ت - ت_1}{ج - ج_1}$$

$$\frac{800 - 1500}{30 - 100} = \frac{ت - 800}{ج - 30}$$

$$\frac{700}{70} = \frac{800 - \text{ت}}{30 - \text{ج}}$$

$$700 ( 30 - \text{ج} ) = 70 ( 800 - \text{ت} )$$

$$35000 - \text{ج}700 = 56000 - \text{ت}70$$

$$56000 + 35000 - \text{ج}700 = \text{ت}70$$

**بالقسمة على 70**

$$\text{ت} = 10 \text{ج} + 500$$

**إن دالة تكاليف الإنتاج الخطية هي**

$$\text{ت} = 10 \text{ج} + 500$$

ب - تحديد التكاليف عند إنتاج ٢٠٠ وحدة هي

نعوض في نفس الدالة التي استخرجناها

$$\text{ت} = 10 \text{ج} + 500$$

$$\text{ت} = ( 200 \times 10 ) + 500$$

$$= 2500 \text{ ريال}$$

## دالة الاستهلاك

ما علاقة الاستهلاك الكلي مع حجم الدخل القومي؟

علاقة طرديّة حيث انه إذا زاد الاستهلاك زاد الدخل وإذا قل الاستهلاك قل الدخل .

دالة الاستهلاك يمكن التعبير عنها بالصورة التالية

$$س = ي + م ل$$

حيث س : تعبر عن الاستهلاك

ل : تعبر عن الدخل الممكن التصرف فيه

## مثال ٢٠

بفرض أن العلاقة بين الاستهلاك القومي (س) والدخل القومي (ل) في دولة ما علاقة خطية بحيث أنه عند المستويات المختلفة للدخل فإن الاستهلاك يكون معادلاً ٥ ملايين ريال بالإضافة إلى ٦٥% من الدخل الممكن التصرف فيه .

المطلوب : صياغة معادلة الخط المستقيم التي تصف العلاقة بين الاستهلاك القومي (س) والدخل القومي (ل) ثم اوجد الاستهلاك بتلك الدولة عندما يكون الدخل الممكن التصرف فيه يقدر بمبلغ ١٥ مليون ريال ؟

## الحل /

إيجاد معادلة خط المستقيم بين الاستهلاك القومي والدخل القومي

يمكن صياغة معادلة الخط المستقيم التي تصف العلاقة بين الاستهلاك القومي (س) والدخل القومي (ل) كما يلي :

دائماً لإيجاد المعادلة خط المستقيم خط بيالك  
أول معادلة لـ س وص بأول الفصل لأنها  
الرئيسية

$$ص = س + م (س)$$

فقط التي تتغير س وص هنا يريد العلاقة بين  
الاستهلاك س و الدخل ل نغير ص نحط بدلا  
عنها الاستهلاك (س) و س نجعل بدلاً منها  
الدخل (ل)

$$س = س + م (ل)$$

$$س = ٥ + ٠,٦٥ ل$$

معادلة خط المستقيم المطلوبة هي

$$س = ٥ + ٠,٦٥ ل$$

تحديد الاستهلاك عند مستوى دخل ١٥ مليون ريال :

عندما يكون الدخل الممكن التصرف فيه يقدر بمبلغ ١٥ مليون ريال يكون الاستهلاك الكلي بتلك الدولة:

$$س = (١٥٠٠٠٠٠٠ \times ٠,٦٥) + ٥٠٠٠٠٠٠$$

$$س = ٩٧٥٠٠٠٠٠ + ٥٠٠٠٠٠٠$$

$$س = ١٤٧٥٠٠٠٠٠ \text{ ريال}$$

$$س = ١٤,٧٥ \text{ ريال}$$

نطبق على المعادلة التي استخراجها

$$س = ٥ + ٠,٦٥ ل$$

$$١٥٠٠٠٠٠٠ = (ل) = ١٥$$

# تمارين

أختر الإجابة الصحيحة مع التوضيح بالحل رياضياً :

١ - المستقيم الذي معادلته  $s = -٧$  يكون ميله =

(أ)  $-٧$  (ب)  $\infty$  (ج) صفر (د) كمية غير معرفة

٢ - المستقيم الذي معادلته  $s = ٥$  يكون ميله =

(أ)  $٥$  (ب)  $\infty$  (ج) صفر (د) كمية غير معرفة

٣ - إذا كانت الدالة الخطية  $y = m$   $s$  تمثل العلاقة بين الإيراد  $y$  وكمية المبيعات  $s$  فإن الثابت  $m$  يمثل :

(أ) الجزء المقطوع من محور الصادات (ب) تكلفة انتاج وحدة واحدة  
(ج) الإيراد الحدي لبيع وحدة واحدة (د) لا شيء مما سبق

٤ - إذا كانت الدالة الخطية للتكاليف هي  $t = ٣٠٠ + ٣٠٠٠$   $s$  حيث  $s$  تمثل كمية الانتاج فإن الثابت  $٣٠٠٠$  يمثل

(أ) الجزء المقطوع من المحور العمودي (ب) التكاليف الثابتة  
(ج) كل ما سبق (د) لا شيء مما سبق

٥ - إذا كانت الدالة الخطية للتكاليف هي  $t = ٢٠٠ + ٥٠٠٠$   $s$  حيث  $s$  تمثل كمية الانتاج فإن الثابت  $٢٠٠$  يمثل :

(أ) التكاليف المتغيرة للوحدة الواحدة (ب) التكاليف الحدية  
(ج) معدل التغير في التكاليف الكلية (د) كل ما سبق.

٦ - إذا كانت الدالة الخطية للتكاليف هي  $t = ٣٠٠ + ٢٠٠$   $s$  حيث  $s$  تمثل كمية الانتاج فإن التكاليف المتغيرة لانتاج  $٥٠$  وحدة =

(أ)  $١٧٠٠٠$  ريال (ب)  $٢٠٠٠٠$  ريال (ج)  $٢٣٠٠$  ريال (د)  $١٥٠٠٠$  ريال

٧ - ميل المستقيم الذي يمر بنقطة الأصل والنقطة  $(٢, -٥)$  =

(أ)  $-٤,٥$  (ب)  $-٢$  (ج) صفر (د)  $-٥$

٨ - تنتج إحدى الشركات نوعاً من الأجهزة وكانت التكاليف الثابتة للإنتاج = ٨٠٠٠ دولار وكانت التكاليف المتغيرة لإنتاج الجهاز الواحد = ٧٥ دولار وعلى ذلك فإن دالة التكاليف الكلية  $T$  كدالة في كمية الإنتاج  $S$  بتلك الشركة هي:

(أ)  $T = 8000 + 75S$       (ب)  $T = 75 + 8000S$       (ج)  $T = 75S$       (د)  $T = 8075S$

٩ - إذا كانت الدالة الخطية للتكاليف هي  $T = 30S + 20$  حيث  $S$  تمثل كمية الإنتاج فإن متوسط تكلفة إنتاج الوحدة الواحدة ( التكاليف المتوسطة ) عند إنتاج ١٠٠ وحدة =

(أ) ٢٠ ريال      (ب) ٣٠ ريال      (ج) ٣٠,٢ ريال      (د) ٣٠,٣ ريال