

# المحاضرة التاسعة

## التفاضل

### قواعد الاشتقاق

$$\boxed{1} \quad \text{ص} = \text{ص}^{\text{ص}} \quad \text{ص} = \text{ص}^{\text{ص}}$$

$$\boxed{2} \quad \text{ص} = \text{ص}^{\text{ص}} \quad \text{ص} = \text{ص}^{\text{ص}}$$

$$\boxed{3} \quad \text{ص} = \text{ص}^{\text{ص}} \quad \text{ص} = \text{ص}^{\text{ص}}$$

$$\boxed{4} \quad \text{ص} = \text{ص}^{\text{ص}} \quad \text{ص} = \text{ص}^{\text{ص}}$$

$$\boxed{5} \quad \text{ص} = \text{ص}^{\text{ص}} \quad \text{ص} = \text{ص}^{\text{ص}}$$

$$\boxed{6} \quad \text{ص} = \text{ص}^{\text{ص}} \quad \text{ص} = \text{ص}^{\text{ص}}$$

$$\boxed{7} \quad \text{ص} = \text{ص}^{\text{ص}} \quad \text{ص} = \text{ص}^{\text{ص}}$$

$$\boxed{8} \quad \text{ص} = \text{ص}^{\text{ص}} \quad \text{ص} = \text{ص}^{\text{ص}}$$

$$\boxed{9} \quad \text{ص} = \text{ص}^{\text{ص}} \quad \text{ص} = \text{ص}^{\text{ص}}$$

$$\boxed{١} \text{ ص} = \text{لط د(س)} \quad \frac{\text{د(س)}}{\text{د(س)}} = \text{ص}$$

## التطبيقات الاقتصادية للتفاضل

### قواعد هامة :-

$$\textcircled{١} \text{ المرونة} = \text{تفاضل معادلة الكمية} \times \frac{\text{السعر}}{\text{الكمية}}$$

$$\textcircled{٢} \text{ الإيراد الحدي} = \text{تفاضل الإيراد الكلي.}$$

$$\textcircled{٣} \text{ التكلفة الحدية ( ميل دالة التكاليف) = تفاضل التكلفة الكلية.}$$

$$\textcircled{٤} \text{ إذا طلب إيجاد النهاية العظمى والصغرى يتم إتباع الخطوات التالية:}$$

أ- إيجاد التفاضل الأول، ومساواة الناتج بالصفر لإيجاد قيمة س.

ب- إيجاد التفاضل الثاني فإذا كان الناتج

سالب  $\Leftarrow$  .: توجد نهاية عظمى.

موجب  $\Leftarrow$  .: توجد نهاية صغرى.

## تمرين ١ :

إذا كان محتكر يبيع منتج ما، ودالة الكمية هي  $ط = ٦٠ - س$ ، حيث  $ط$  هي الكمية و  $س$  السعر، فأوجد المرونة عندما  $س = ٥$ .

### الحل

$$ط = ٦٠ - س$$

$$\text{المرونة} = \text{تفاضل معادلة الكمية} \times \frac{س}{ط}$$

$$= ١ - \frac{س}{٦٠ - ط}$$

$$\text{وعندما } س = ٥$$

$$\text{المرونة} = ١ - \frac{٥}{٥٥ - ٦٠} = \frac{٥}{٥٥}$$

## تمرين ٢ :

إذا كانت دالة التكاليف ،  $T = 3K^2 + 4K + 5$  ، حيث  $K$  حجم الإنتاج. فأوجد:

① التكلفة الحدية (ميل دالة التكاليف)

② أوجد معدل التغير في التكاليف عندما يكون حجم الإنتاج  $K = 4$

## الحل

① التكلفة الحدية (ميل دالة التكاليف) = تفاضل التكاليف الكلية

$$T = 3K^2 + 4K + 5$$

$$T' = 6K + 4$$

② معدل التغير في التكاليف عندما يكون حجم الإنتاج  $K = 4$

$$T' = 6(4) + 4 = 28$$

## الواجب

تمرين ١ :

إذا علمت أن دالة الإيراد  $E = 4J^2 + 2J$  ، حيث  $J$  تمثل سعر بيع الوحدة، فأوجد معدل

التغير في الإيراد (الإيراد الحدي) ، ثم أحسب معدل التغير في الإيراد عندما يكون سعر بيع

الوحدة = ٣ ريال.

تمرين ٢ :

إذا كانت معادلة التكلفة الكلية تعطى بالمعادلة :  $T = 12 + 2S + 0.1S^2$

حيث:  $S$  عدد الوحدات المنتجة، فأوجد كل من التكلفة الحدية والتكلفة المتوسطة؟