الاختبار النهائي

الإســـــــــــــم: .................................................................................................

الرقم الجامعي: ................................................................................................

استعن بالله وأجب عن الأسئلة التالية:

السؤال **الأول** (10 درجات)::

عند تحليل سلسلة زمنية $y\_{t}$ طولها 156 مشاهدة ، والتي تمثل الاستهلاك اليومي للماء، حسب المحلل سلسلة الفروق الأولى $\left(1-B\right)y\_{t}=y\_{t}-y\_{t-1}$ و

قام المحلل بتوفيق النموذج التالي للسلسلة الزمنية $y\_{t}=0.4 y\_{t-1}+ε\_{t}+0.7 ε\_{t-1}$

1. لماذا تعتقد أن المحلل وبعد أن تفحص رسم السلسلة الزمنية للاستهلاك اليومي للماء قرر أن يحلل سلسلة الفروق الأولى؟

تستخدم طريقة الفروق الاولى لتثبيت متوسط السلسلة التي تعاني من عدم الاستقرار في المتوسط و ذلك بعد تفحص رسم السلسلة الزمنية

1. ما هي عادة الفروض التي توضع لحدود الخطأ $ε\_{t}$ ؟

الفروض التي توضع لحدود الخطأ هي 21- ان تكون متغيرات عشوائية 2-مستقلة 3-تتبع التوزيع الطبيعي 4- بمتوسط صفر5- التباين ثابت

1. صف لماذا وكيف يستخدم المحلل رسم دالة الارتباط الذاتي لبواقي هذا النموذج حتى يتحقق من ملائمته للبيانات.

بعد ان يوفق المحلل نموذجا معينا للبيانات و ذلك لنمذجة الارتباط الموجود في بيانات السلسلة الزمنية فإنه يتوجب عليه تفحص بواقي النموذج و وجد انه لا يزال يوجد ارتباط معنوي فيها ( بمعنى ان قيم الارتباط عند الفجوات الزمنية المختلفة تختلف معنويا عن الصفر فانه يعود مجددا و يحاول ان يرشح نموذجا افضل لنمذجة الارتباط الموجود في البيانات

1. ولماذا تظن أنه أيضا سيتفحص :
2. رسم السلسلة الزمنية للبواقي؟

ليتحقق من متوسط سلسلة البواقي يساوي صفر و ان تباينها ثابت لا يتغير مع الزمن

1. رسم الاحتمال Q-Q للبواقي؟

ليتحقق من ان السلسلة البواقي تتبع تقريبا التوزيع الطبيعي

 وكذلك حصل المحلل عند توفيقه للنموذج على الناتج التالي:

 **Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic**

 Lag 12 24 36 48

 Chi-Square 18.7 40.2 49.5 56.9

 DF 10 22 34 46

 P-Value 0.045 0.010 0.041 0.030

1. اشرح باختصار الفرضية التي تختبرها احصاءة لنق-بوكس هنا، وماهو القرار الذي سيتخذه الباحث حول ملائمة النموج الذي تم توفيقه للبيانات عند مستوى معنوية %5؟

إحصاءة بوكس لينق تقيس مدى ملائمة النموذج لبيانات السلسلة الزمنية و على وجه الخصوص تختبر فرضية

1. $H\_{0}:ρ\_{1}=…=ρ\_{K}=0$

فلو كان النموذج المقترح مناسب للبيانات فإنه يجب ان يتم قبول الفرضية التي تقول ان البواقي النموذج مستقلة بعضها البعض لاي عدد من الفجوات الزمنية و احصاءة لنق بوكس تتبع تقريبا توزيع المربع كاي سكوير بعد p-k درجة حرية حيث p هو عدد المعالم المقدرة في النموذج و حيث ان قيمة p لجميع الفجوات 12و24و36و48

أصغر من القيمة المعنوية 5% لذلك سيرفض المحلل مناسبة النموذج

**السؤال** **الثاني** (8 درجات):

أ- للنموذج المستقر ، $y\_{t}=y\_{t-1}+ε\_{t}+ 0.65 ε\_{t-1}$ وبفرض أن $ε\_{t}\~WN(0,σ\_{ε}^{2})$:

1. ماهو اسم هذا النموذج؟ (درجة واحدة)

......................................................................................................................................................................................................ARIMA(0,1,1).........................

..................................................................................................................................................................................................................................................................

1. أوجد متوسط النموذج. (درجة واحدة)

$By\_{t}=ε\_{t}+ 0.65 ε\_{t-1}$

$E(By\_{t})=E(ε\_{t}+ 0.65 ε\_{t-1})$

$E(y\_{t})=0$

1. أوجد تباين النموذج. (درجة واحدة)

$$var\left(y\_{t}\right)=γ\left(0\right)=γ\left(0\right)+σ\_{ε}^{2}+0.65\_{}^{2} σ\_{ε}^{2}-2\*0.65σ\_{ε}^{2}$$

$$γ\left(0\right)=cst and σ\_{ε}^{2}=0.65\*0.65$$

1. إشتق الشكل الرياضي لدالة الارتباط الذاتي للنموذج (درجتان)

$$γ\left(k\right)=ϕ\_{1}γ\left(k-1\right) ;k=2.3.…$$

$$$$

ب- للنماذج التالية، أذكر نوعها، وتحقق من استقراراها و/أو إنعكاسها حيث $ε\_{t}\~WN(0,σ\_{ε}^{2})$:

1. $y\_{t}=ε\_{t}- 0.3 ε\_{t-1}+0.5 ε\_{t-2}$ (درجة واحدة)

MA(2) ,

و الانعكاس يتحقق عندما

$$-1<θ\_{2}=-0.5 <1$$

$$θ\_{1}+θ\_{2}=-0.5+0.3=-0.2<1$$

$$θ\_{2}-θ\_{1}=-0.5-0.3=-0.8<1$$

* دائما مستقرة

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

1. $y\_{t}=y\_{t-1}+ε\_{t}+ 0.7 ε\_{t-1}$ (درجة واحدة)

ARIMA(0,1,1)

منعكسة لان $\left|-0.7=θ\_{1}\right|<1$

1. $y\_{t}=ϕ\_{1}y\_{t-1}+ε\_{t}$ (درجة واحدة)

AR(1)

دائما منعكسة

يحقق شرط الاستقرار بشرط $\left|ϕ\_{1}\right|<1$

**السؤال** **الثاني** (10 درجات):

1. أدرس شكل دوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي التالية وإقترح نموذجا مناسبا لكل حالة:
2. (درجة واحدة)

 

 ........................AR(2).....................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

1. (درجة واحدة)

 

........................................ MA(2).....................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

1. (درجة واحدة)

 

............................ أو SARIMA(0,0,1)(0,0,1)12 SARIMA(0,0,1)(0,1,1)12.................................................................................................................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

1. إفرض أنك حصلت على الناتج التالي في برنامج مينيتاب عند توفيق أحد النماذج لسلسلة زمنية مشاهدة:

**Final Estimates of Parameters**

**Type Coef SE Coef T P**

**AR 1 0.6496 0.0954 6.81 0.000**

**MA 1 0.9073 0.0498 18.21 0.000**

**SMA 12 0.3035 0.0978 3.10 0.002**

**Differencing: 1 regular, 1 seasonal of order 12**

**Number of observations: Original series 156, after differencing 143**

**Residuals: SS = 2486666354 (backforecasts excluded)**

 **MS = 17761903 DF = 140**

**Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic**

**Lag 12 24 36 48**

**Chi-Square 6.8 15.1 32.2 35.8**

**DF 9 21 33 45**

**P-Value 0.659 0.820 0.506 0.835**

1. ماهي النتائج التي تحصل عليها من هذا الناتج. أذكرها بالتفصيل وقم باجراء الاختبارات الممكنة مع توضيح

هذا الناتج يبين اننا قمنا بتوفيق نموذج SARIMA(1,1,1)(0,1,1)12 لسلسلة زمنية طولها 156 مشاهدة

و يمكن اجراء اختبار فرضيات ان معالم النموذج معنوية و تختلف عن الصفر:

:H0 المعلمة =0 مقابل H1 المعلمة ≠0

و يتضح من الناتج اننا نرفض الفرض العدم اي ان جميع معالم النموذج معنوية و تختلف عن الصفر و ذلك لان قيمة P اقل من 5% لكل منها.

كما اننا نحصل على تقدير لتباين الضجة البيضاء و هو MS=17761903 بدرجات حرية 140

و نحصل على نتيجة اختبار لنق بوكس و الذي يستخدم الفرضية

1. $H\_{0}:ρ\_{1}=…=ρ\_{K}=0$
2. مقابل $H\_{1}:على الاقل اثنين لا يساوي صفر$

و هذه الفرضية تختبر ان البواقي النموذج حتى الفجوة الزمنية K غير مرتبطة و بالتالي في حال قبول الفرضية الاولى سنستنتج ان النموذج مناسب للبيانات و من نتائج اختبار احصاءة لنق بوكس اعلاه نجد ان القيم pجميعها اكبر من 0.05 و بالتالي نقبل الفرضية الاولى و نستنتج النموذج مناسب للبيانات

1. أكتب النموذج المقدر لهذه السلسلة.

 (درجة واحدة)

1. حصلنا على الشكل التالي لبواقي النموذج المقدرة، هل ترى أنها تتفق مع فرضيات الضجة البيضاء، وإذا لم تكن كذلك، فما هي التحويلات الممكنة التي تقترحها؟ ( 3 درجات)

.............................................................................................................................................................................................................................................................................

من الواضح اننا نرفض فرضية البواقي تتبع التوزيع الطبيعي حيث ان القيمة P لاختبار اندرسون دارلنغ تساوي0.048 بالرغم ان قيمة الفا تساوي 0.05 . كما ان الرسم البواقي مقابل القيم التوافقية للسلسلة و كذلك مقابل ترتيب البيانات يدل على ان تباين البواقي غير ثابت حول متوسط صفري بل يتزايد مع الزمن فلذلك فقد نحتاج لاخذ تحويل معين لتثبيت التباين كما نأمل ان هذا التحويل سيساعد في تقريب توزيع البواقي للتوزيع الطبيعي , من اهم التحويلات الشائعة الاستخدام هو تحويل اللوقاريتم كما يمكننا تجريب تحويلات اخرى و مقارنتها مع بعض الاختيار الانسب من بينها

**السؤال** **الثالث** (8 درجات):

افرض أن السلسلة الزمنية المشاهدة تتبع النموذج التالي:

 $\left(1-0.3B\right) (y\_{t}-y\_{t-1})=ε\_{t}$ , $ε\_{t}\~WN(0,16)$

1. أذكر نوع النموذج. (درجة واحدة)

ARIMA(1,1,0)

1. أوجد التوقع $μ$ . (درجة واحدة)

$$y\_{t}=\frac{1}{\left(1-B\right)\left(1-0.3B\right)}ε\_{t}$$

$$E(y\_{t})=\frac{1}{\left(1-B\right)\left(1-0.3B\right)}E(ε\_{t})=0$$

1. اشتق دالة الأوزان $ψ\_{j}$ لقيم $j=1,2,3$ . ( 3 درجات)
2. $ψ\left(B\right)=\sum\_{i=0}^{\infty }ψ\_{i}B^{i} ; ψ\_{0}=1 $

$$\left(1-B\right)\left(1-0.3B\right)(1+ψ\_{i}B^{}+ψ\_{i}B^{2}+…)=1$$

بمساوات الطرفين نجد:

B: $ψ\_{1}-1.3=0 ⇒ ψ\_{1}=1.3$

B2: $ψ\_{2}-1.3ψ\_{1}+0.3=0 ⇒ ψ\_{2}=1.39$

B3: $ψ\_{3}-1.3ψ\_{2}+0.3ψ\_{1}=0 ⇒ ψ\_{3}=1.4$

1. اشتق تباين أخطاء التنبؤ $V\left(e\_{n}\left(l\right)\right)$ للنموذج لقيم $l=1,2,3$ . ( 3 درجات)

$$Var\left[e\_{t}\left(l\right)\right]=σ\_{ε}^{2}\sum\_{j=0}^{l-1}ψ\_{j}^{2}, $$

$$Var\left[e\_{t}\left(1\right)\right]=σ\_{ε}^{2}\sum\_{j=0}^{1-1}ψ\_{j}^{2}, =16 $$

$$Var\left[e\_{t}\left(2\right)\right]=σ\_{ε}^{2}\sum\_{j=0}^{l-1}ψ\_{j}^{2}, =62.24 $$

السؤال الرابع (8 درجات):

*إذا كانت المبيعات السنوية (بملايين الريالات) لإحدى الشركات تتبع نموذج* AR (1) *التالي:*

$$y\_{t}=10+0.7(y\_{t-1}-10)+ε\_{t}$$

*حيث قيمة* $σ\_{ε}^{2}=1$ *.*

*و كانت مبيعات الشركة للسنوات* 2017*،* 2018*،* 2019 *كما يلي:*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *السنة* | 2017 | 2018 | 2019 |
| *المبيعات* | 8 | 9 | 10.6 |

1. *تنبأ بقيمة المبيعات للسنوات 2021، 2020.* (درجتان)

$$\hat{y}\_{2019}\left(1\right)=10+ϕ^{1}\left(y\_{2019}-10\right)=\hat{y}\_{2020}.$$

$=10+0.7 ×(10.6-10)=10.42$

*ولفترتين في المستقبل:*

$$\hat{y}\_{2019}\left(2\right)=10+ϕ^{2}\left(y\_{2019}-10\right)=\hat{y}\_{2021}.$$

$=10+0.7^{2}\left(10.6-10\right)=10.294$

*وبالطبع كان بالإمكان الحصول على التنبؤ بدلالة التنبؤات السابقة* $\hat{y}\_{t}\left(l\right)$*:*

$\hat{y}\_{t}\left(1\right)=10.42$

$$\hat{y}\_{t}\left(2\right)=10+0.7\left[\hat{y}\_{t}\left(1\right)-10\right]$$

$=10+0.7\left[10.42-10\right]=10.294$

*ج- احسب* 95% *فترة ثقة لتنبؤك لعام 2020.* (درجتان)

$$var\left(e\_{t}\left(1\right)\right)=σ\_{ε}^{2}ψ\_{1}^{2}=1$$

$$\hat{y}\_{t}(l)\pm z\_{1-\frac{α}{2}}\sqrt{var(e\_{t}\left(l\right))}$$

$$\hat{y}\_{2020}\pm 2\sqrt{var(e\_{t}\left(l\right))}$$

*د- إذا إتضح لاحقا أن المبيعات الفعلية لعام 2020 هي 11 مليون ريال، حدث تنبؤك للعام 2021 بناء على القيمة الجديدة لعام 2020.* (درجتان)

المعادلة التي تزودنا بتحديث التنبؤات هي

$$\hat{y}\_{2020}\left(1\right)=\hat{y}\_{2019}\left(2\right)+ψ\_{1}\left[y\_{2020}-\hat{y}\_{2019}(1)\right]$$

$ =10.294+0.7\left[11-10.42\right]$

$=10.7 $