ملاحظة: ارجو التقيد بما يلي

رتب اجابتك في الدفتر حسب ترتيب الأسئلة.

الاهتمام بوضوح الخط و طريقة عرض الإجابة.

إقفال الجوالات التي بحوزتك و تسليمها الى المراقب.

1- لتكن $f(z)$ دالة تحليلية على الدائرة $\gamma : |z| = 1$ بالاتجاه الموجب و ما تحيط به، بحيث $|f(z)| \leq 1$ لكل z على الدائرة. استخدم صيغة كوشي للمشتقات العليا لإثبات ان $|f^{(2025)}(0)| \leq 2025!$.

2- لتكن $f(z) = \dfrac{\sinh z^2 - z^2}{z^6}$. أوجد مفكوك تيلور للدالة $f(z)$ حول النقطة $z = 0$ ، ثم استخدم المفكوك لحساب $f^{30}(0)$.

3- لتكن $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ تحليلية في z . أثبت أن $u_{xxyx}(x,y)$ موجودة و متصلة.

4- إذا كانت $z_n = x_n + iy_n$ و كانت $l = l_1 + il_2$ ،فأثبت أن $z_n \to l$ إذا و فقط إذا كان $x_n \to l_1$ و $y_n \to l_2$.

5- لتكن $f(z) = \dfrac{z}{z^2 + z - 2}$. أوجد مفكوك لورانت في الطوق اللانهائي $|z| > 3$، ثم استخدمه لإيجاد $\int_\gamma z^3 f(z)dz$ ، γ هي الدائرة $|z| = 4$ بالاتجاه الموجب.

6- أحسب $\int_0^{2\pi} \dfrac{d\theta}{4 - \cos(5\theta)}$.

7- أحسب $\int_{-\infty}^{\infty} \dfrac{x \sin(\pi x)dx}{x^4 + 3x^2 + 2}$.