الاختبار النهائي ـ 487 ريض الفصل الأول 1444

ملاحظة: اقفل جميع جوالاتك وسلمها الى المراقب.

رتب أجوبتك في الدفتر حسب ترتيب الأسئلة وأعتنِ بوضوح الخط.

1. أوجد حلول المعادلة التالية: $|z| - z = 1 + 2i$.
2. إذا كانت (z_n) متوالية من نوع كوشي، فأثبت انها محدودة.
3. أكتب نَص صيغة كوشي التكاملية، ثم برهنها.
4. أوجد صورة القطعة المستقيمة الواصلة بين النقطتين $z = 0$ و $z = \sqrt{\pi} + i\sqrt{\pi}$ تحت تأثير الدالة $f(z) = e^{z^2}$ ، وضح جميع خطوات الحل.
5. أوجد صيغة للدالة $\cos^{-1} z$ بدلالة اللوغاريتم، ثم استخدم هذه الصيغة لحساب جميع قيم $\cos^{-1} i$.
6. اوجد سلسلة لورانت للدالة $f(z) = \frac{z}{z^2-2z-3}$ في الطوق اللانهائي $4 < |z| < \infty$ ، ثم استخدم هذه السلسلة لحساب قيمة التكامل $\int_\gamma z^2 f(z) dz$ حيث γ هي الدائرة $|z| = 5$ في الاتجاه الموجب.
7. استخدم الرواسب لحساب التكامل

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 \cos x \, dx}{x^4 + 1}$$

8. استخدم الرواسب لحساب التكامل

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{4 + \cos 5\theta}$$