

السؤال الأول (2.5+ 1.5+3): لتكن الدالة:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y(x+1)^2 + y^2 \sin(\pi x)}{(x+1)^2 + y^2}, & (x, y) \neq (-1, 0) \\ 0, & (x, y) = (-1, 0) \end{cases}$$

(i) اثبت ان الدالة f متصلة عند النقطة $(-1, 0)$

(ii) أوجد $f_y(-1, 0)$

(iii) أوجد $f_x(0, 1)$

السؤال الثاني (4 درجات): لتكن $f(x, y) = e^{2x} \sin(xy)$ وبوضع $g(u, v) = f(u+v, u-v)$

أحسب g_{uv} .

السؤال الثالث (6 درجات): أوجد القيم القصوى للدالة $f(x, y, z) = x^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2$ تحت القيد

$$x^2 + 2y + 2z = 22.$$

السؤال الرابع (3+3+3): (أ) اعكس ترتيب التكامل $\int_0^4 \int_{\sqrt{y}}^2 6 \sqrt{1+x^3} dx dy$ ثم أحسب قيمته.

(ب) أوجد حجم الجسم خارج المخروط $z = 3 \sqrt{x^2 + y^2}$ وداخل الأسطوانة $x^2 + y^2 = 4$ والمحدود من الأسفل بالمستوى $z = 0$.

(ج) أحسب التكامل $\iiint_Q 4z dv$ حيث Q هو الجسم المحدود من أعلى بالكرة $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ ومن الأسفل بالمستوى $z = 0$.

السؤال الخامس (2+2+2): ادرس تقارب المتسلسلات التالية وبين نوع المتقارب منها:

$$(i) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2+n}} \quad (ii) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{1+n\sqrt{n}} \quad (iii) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2+1}{(2n-3)^2}$$

السؤال السادس (4+4): (أ) أوجد نصف قطر و فترة التقارب المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-6)^n}{n 5^n}$

(ب) أوجد متسلسلة قوى في x تمثل الدالة $f(x) = e^{1+2x}$.