


<p>Kingdom of Saudi Arabia Ministry of Higher Education KING SAUD UNIVERSITY Department of Mathematics College of Science Research Center</p>		<p>المملكة العربية السعودية وزارة التعليم العالي جامعة الملك سعود كلية العلوم قسم الرياضيات</p>
--	---	---

الإختبار الثاني ا للفصل الأول (1442-1443) للمقرر 316 رياض

السؤال الأول:

(أ) لتكن $P_n(x)$ كثيرات حدود لوجوندر المتعامدة على $[-1, 1]$. أوجد منشور الدالة $f(x) = |2x - 1|$, $|x| < 1$ بدلالة $P_n(x)$

(ب) لتكن لدينا المعادلة التفاضلية:

$$x^2(x+2)y'' - xy' + (x+1)y = 0, \quad x > 0.$$

حدد نوعية النقطة $x = 0$ ثم أوجد الحل على شكل متسلسلة قوى بجوار النقطة $x = 0$

السؤال الثاني:

(أ) أوجد مفكوك فوريير للدالة: $f_0(x)$ إذا كان $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ \pi - x, & \pi/2 \leq x \leq \pi \end{cases}$ أرسم بيانها و استنتج أن: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$

(ب) نعرف أن كثيرات حدود لأفير $L_n(x) = \frac{1}{n!} e^x \frac{d^n}{dx^n} (x^n e^{-x})$ متعامدة في فضاء الدوال $\mathcal{L}^2(0, \infty; e^{-x})$ هل هي متعامدة عياريا في $\mathcal{L}^2(0, \infty; e^{-x})$

السؤال الثالث: نعرف أن: $H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}$

(1) أوجد القياس $\|H_n\|$

(2) أي من المعادلات التالية تحققها كثيرات حدود هرميت $H_n(x)$ ثم برهنها:

(أ) $2H'_n - nH_{n-1} = 0$ ، (ب) $H'_n - 2nH_{n+1} = 0$ ،

(ج) $H'_n - 2nH_{n-1} = 0$ ، (د) $H'_n - nH_{n+1} = 0$

