

نظرية الموجات: Waves theory

• مقدمة عن الموجات:

• خواص الموجات

• معادلة الموجة في بعد واحد **The one-dimensional wave equation**

• الموجات التوافقية **Harmonic waves**

• الأعداد المركبة **Complex numbers** والموجات المستوية **Plane waves**

• الموجات الكهرومغناطيسية **Electromagnetic waves**

المعادلات التوافقية :

$$E(x,t) = a \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (x \mp vt) \right] \dots(1)$$

$$\therefore v = \frac{\lambda}{T} \text{ or } \lambda = vT$$

$$\therefore E(x,t) = a \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} \mp \frac{vt}{\lambda} \right) \right]$$

$$\text{or } E(x,t) = a \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} \mp \frac{vt}{vT} \right) \right]$$

$$E(x,t) = a \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} \mp \frac{t}{T} \right) \right] \dots(2)$$

$$\text{Let } k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ and } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\therefore E(x,t) = a \sin [kx \mp \omega t] \dots(3)$$

من الأمثلة على الدوال التي تعطي حلاً لمعادلة الموجة هي الدوال الجيبية، ويمكن كتابتها على الصور التالية باستخدام دالة sin أو

:COS

حيث a ثابت

$E(x,t)$ is the light electric field

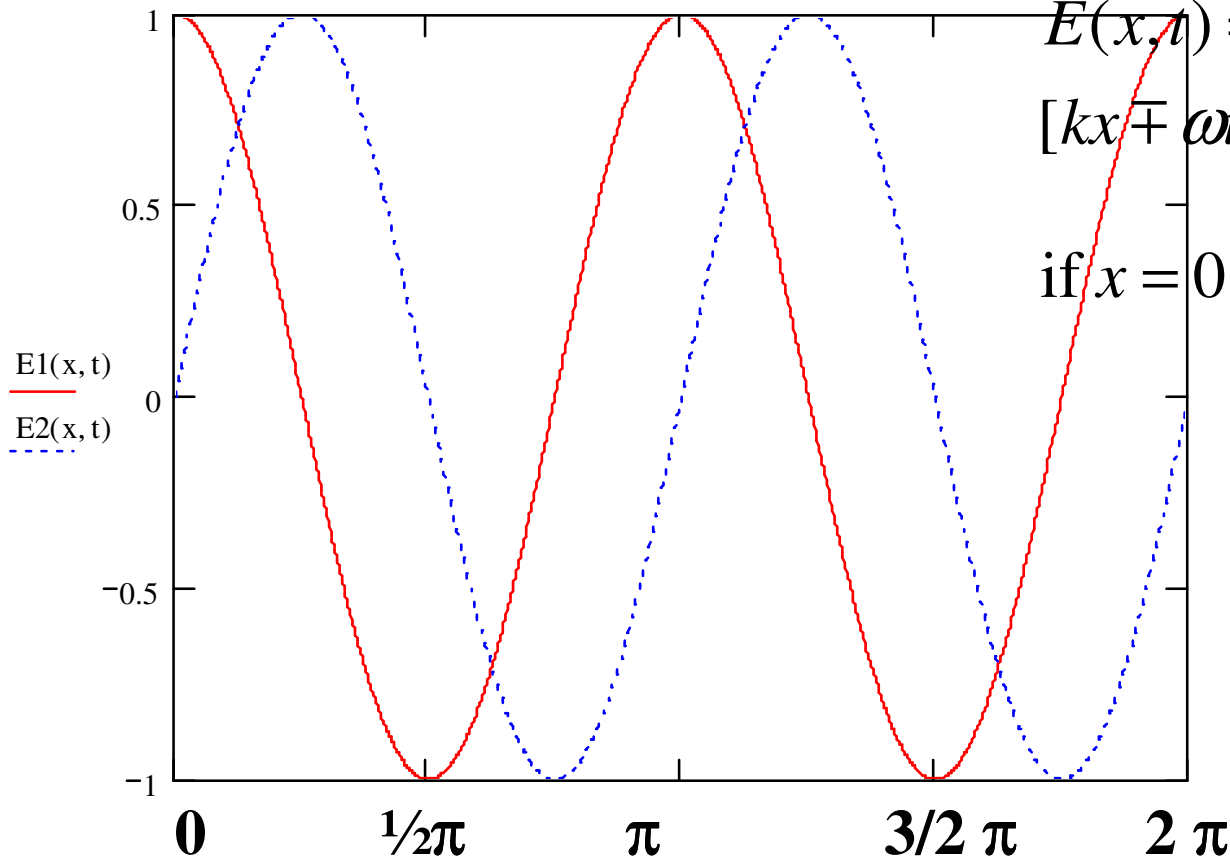
المعادلات التوافقية :

$$E(x, t) = a \sin[kx \mp \omega t]$$

$$E(x, t) = a \cos[kx \mp \omega t]$$

الطور الموجة
[$kx \mp \omega t$]:

$$\text{if } x = 0 \text{ and } t = 0 \begin{cases} E = 0 \text{ for sin} \\ E = a \text{ for cos} \end{cases}$$



المعادلات التوافقية :

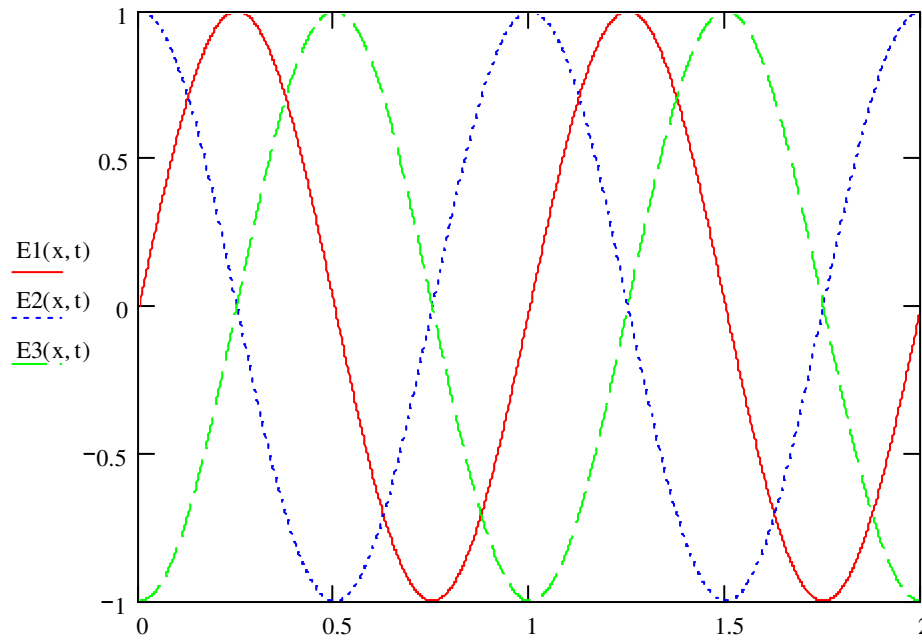
ويمكن ادخال زاوية ما φ_0 الى طور الموجة والذي يمثل الإزاحة الابتدائية E_0 :
 تعرف φ_0 بزاوية الطور الابتدائية (Absolute phase (or initial phase)).

$$E(x, t) = a \sin[kx \mp \omega t + \varphi_0]$$

ويمكن تطبيق ذلك أيضا على دالة (cos)

At $x = 0$ and $t = 0$

$$E = E_0 = a \sin[\varphi_0] \Rightarrow \varphi_0 = \sin^{-1}\left[\frac{E_0}{a}\right]$$



$$E1(x, t) := A \cdot \sin(k \cdot x - \omega \cdot t - 0)$$

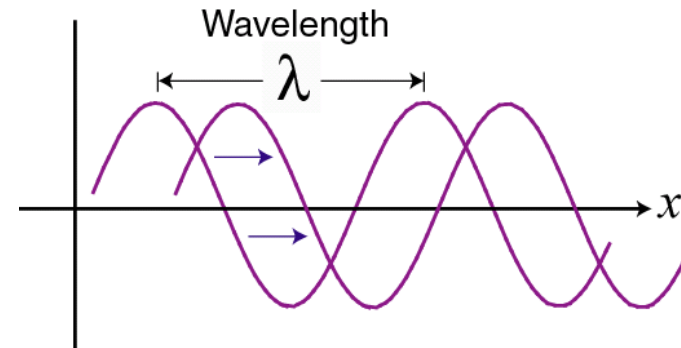
$$E2(x, t) := A \cdot \sin\left(k \cdot x - \omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$E3(x, t) := A \cdot \sin\left(k \cdot x - \omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)$$

The Phase Velocity سرعة الطور

How fast is the wave traveling?

Velocity is a reference distance divided by a reference time.



The phase velocity is the wavelength / period:

$$v = \lambda / T$$

In terms of the k-vector, $k = 2\pi / \lambda$, and the angular frequency, $\omega = 2\pi / T$, this is:

$$v = \omega / k$$

The Phase of a Wave طور الموجة

The phase is everything inside the sine.

$$E(t) = A \sin[\varphi], \text{ where } \varphi = kx - \omega t + \varphi_0$$

$\varphi = \varphi(x, y, z, t)$ and is not a constant, like φ_0 !

In terms of the phase,

$$\omega = -\partial\varphi/\partial t$$

$$k = \partial\varphi/\partial x$$

And

$$v = \frac{-\partial\varphi/\partial t}{\partial\varphi/\partial x}$$

This formula is useful when the wave is really complicated.

صيغ أخرى للمعادلات التوافقية :

ويمكن كتابة حل معادلة الموجة على الشكل التالي:
 $E(x, t) = B \cos[k(x \pm vt)] + C \sin[k(x \pm vt)]$

حيث أن :

$$\frac{\omega}{k} = v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$$

$$E(x,t) = A \cos[(kx - \omega t) - \theta] \dots \dots (\text{eq1})$$

مثال 2: أثبت أن المعادلة

يمكن كتابتها على الصورة التالية:

$$E(x,t) = B \cos(kx - \omega t) + C \sin(kx - \omega t) \dots \dots \dots (\text{eq2})$$

Use the trigonometric identity:

$$\cos(u-n) = \cos(u) \cos(n) + \sin(u) \sin(n)$$

where $u = kx - \omega t$ and $n = \theta$ to obtain:

For simplicity, we'll just use the forward-propagating wave.

$$E(x,t) = A \cos(kx - \omega t) \cos(\theta) + A \sin(kx - \omega t) \sin(\theta) \dots \dots (\text{eq3})$$

If we set $B = A \cos(\theta)$ and $C = A \sin(\theta)$ in (eq3), then equation (1) = equation (2).

مثال 3: تنتقل موجة حسب العلاقة التالية:

$$y(x, t) = 0.35 \sin\left(3\pi x - 10\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

حيث أن x بالمتر و الزمن بالثواني.

1. أوجد الطول الموجي ، التردد ، السرعة ، و زاوية الطور الابتدائية.

2. أحسب الإزاحة عند $t=0s$ & $x=10cm$

1) $y = a \sin(kx - \omega t + \varphi_0)$

$$k = 3\pi \Rightarrow k = 2\pi / \lambda \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{3\pi} = \frac{2}{3}m$$

$$\omega = 10\pi \Rightarrow \omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 5Hz$$

$$v = \lambda f = \frac{2}{3} \cdot 5 = \frac{10}{3} m/s$$

$$\varphi_0 = \pi/4$$

2)

$$y = 0.35 \sin\left(3\pi x - 10\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$t = 0, x = 0.10m :$$

$$y = 0.35 \sin\left(3\pi(0.10) + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$y = 0.345m$$