



أجب عن جميع الأسئلة التالية:

السؤال الأول: (أ) اثبت أن الدالة $f(x) = 3x$ قابلة للتكامل بمفهوم ريمان على الفترة $[0,1]$ ثم احسب قيمة تكاملها على هذه الفترة.
(ب) أوجد مشتقات الدوال التالية:

(1) $y = (e^{2x} + 1)^5$, (2) $y = \ln|\sinh 3x + \tan x|$

(3) $y = \frac{\tanh 5x}{e^{3x}}$, (4) $y = e^{\sin 2x} \cosh x$

السؤال الثاني: (أ) أوجد التكاملات التالية:

(1) $\int_1^3 (-x^2 + 4x - 3)dx$, (2) $\int \frac{x}{\sqrt{9-x^4}}dx$

(3) $\int \frac{e^{3x} + 1}{e^{3x} + 3x} dx$, (4) $\int (x^2 + x + 1) \ln x dx$

(5) $\int \frac{dx}{x^2 - 7x + 10}$

(ب) اثبت أن: $\cosh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$ ثم أوجد $\frac{d}{dx} \cosh^{-1} x$

السؤال الثالث: (أ) اختبر تقارب أو تباعد التكامل المعتل:

$$\int_0^1 \frac{dx}{(x-1)^2}$$

(ب) باستخدام طريقة الشرائح الأسطوانية أوجد حجم الجسم الناشئ عن دوران المنطقة المحصورة بين المنحنيين

$f(x) = 2x - x^2$, $g(x) = x^2$ حول محور Y