



أجب عن جميع الأسئلة التالية:

السؤال الأول: (أ) أوجد المعادلة التفاضلية التي حلها العام هو :
 $y = c_1 e^x + c_2 e^{-3x}$
(ب) أوجد الحل العام لكل من المعادلات التفاضلية التالية :

1) $x^2 y dy = e^y dx$

2) $\frac{dy}{dx} = \frac{x + y + 2}{2x + 2y - 1}$

3) $(\sin x \cos x - xy^2) dx + (y - x^2 y) dy = 0$

4) $xy' + y = -xy^2$

السؤال الثاني: (أ) باستخدام عامل التكامل أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية :

$$(y + xy^2) dx + (x - x^2 y) dy = 0$$

(ب) حقق أن $y_1 = x$, $y_2 = x^{-\frac{1}{2}}$ حلان مستقلان خطيا للمعادلة التفاضلية :

$$-2x^2 y'' - xy' + y = 0 \quad (x > 0)$$

ثم أوجد الحل الخاص للمعادلة التفاضلية الذي يحقق الشرطين $y(1) = -1$, $y'(1) = 2$

السؤال الثالث: (أ) أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية :

$$y'' - 4y' + 13y = 13x + 1$$

(ب) أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية المتجانسة التالية :

$$(\tan^2 x)y'' - (2 \tan x)y' + (2 + \tan^2 x)y = 0$$

إذا عُلِمَ أن $y = x \sin x$ حل لها

(ج) أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = x^3$$

السؤال الرابع: (أ) أوجد حل النظام التالي:

$$X' = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix} X$$

(ب) باستخدام متسلسلة القوى أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية حول النقطة $x=0$

$$y'' - 2xy' + y = 0$$