

Applications of The Integral

تطبيقات التكامل

Math 111

Lecture 23

Dr. Nasser Bin Turki

King Saud University
Department of Mathematics

2016

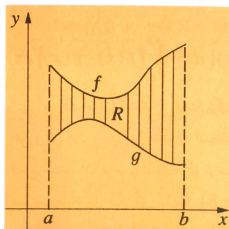
Applications of The Integral:

الفصل الاول :

المساحات:

١٢) إذا كان لدينا $f(x) \geq g(x)$ دالتين قابلتين للتكامل على الفترة $[a, b]$ فإن المساحة R المحصورة بين الدالتين $f(x), g(x)$ على الفترة $[a, b]$:

$$R = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$$



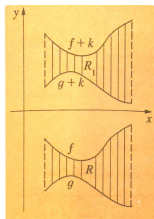
ملاحظة:

يظل إيجاد المساحة صحيحا

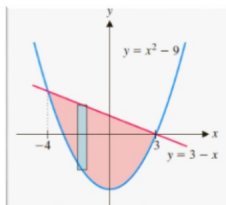
$$R = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$$

حتى إذا كان $g(x) \leq 0$ حيث يمكن إزاحة المنطقة R إلى أعلى وذلك بإضافة عدد موجب k إلى كل من الدالتين $f(x), g(x)$ بحيث $g(x) + k \geq 0$ وتكون كالتالي :

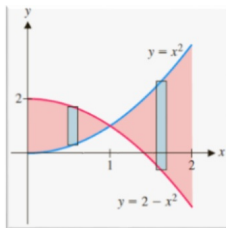
$$R_1 = R = \int_a^b [(f(x) + k) - (g(x) + k)] dx = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$$



مثال : احسب المساحة المنطقه المحدوده بين الدالتين $y = 3 - x$ و $y = x^2 - 9$.

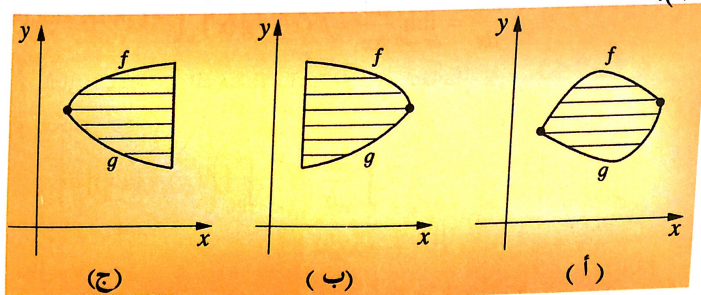


مثال : احسب المساحة المنطقه المحدوده بين الدالتين $y = x^2$ و $y = 2 - x^2$ للفترة $0 \leq x \leq 2$.



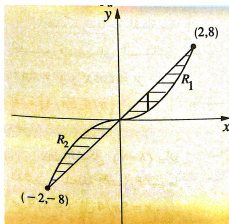
ملاحظة :

عندما يتقاطع بيانا الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ تصبح حدود المنطقة من اليمين أو اليسار أو كلاهما نقطة واحدة بدلاً عن خط مستقيم كما يبين ذلك الشكل (٦-٧).



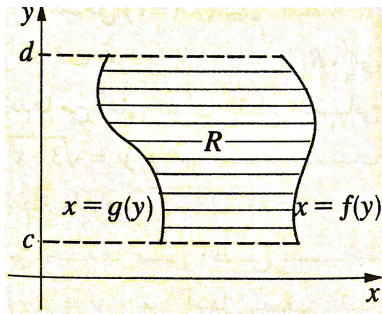
شكل (٦-٧)

مثال : احسب المساحة المنطقه المحدوده بين الدالتين $y = 4x$ و $y = x^3$.

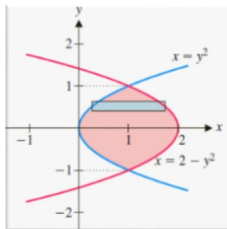


٢٢) إذا كان لدينا $f(y) \geq g(y)$ دالتين قابلتين للتكامل على الفترة $[c, d]$ فإن المساحة B المحصورة بين الدالتين $f(y), g(y)$ على الفترة $[c, d]$

$$B = \int_c^d [f(y) - g(y)] dy.$$



مثال : احسب المساحة المنطقه المحدوده بين الدالتين $x = y^2$ و $x = 2 - y^2$.



مثال : احسب المساحة المنطقة المحدودة بين الدوال التالية :

(1)

$$y = x^2 - 1, y = -x + 2, x = 0, x = 1$$

(2)

$$y = x, y = 2 - x, y = 0$$

(3)

$$y = x^2, y = 4 \cos x$$

(4)

$$f(y) = y^2, g(y) = y + 2$$

Thanks for listening.