

دالة الطلب العادية والتعويضية هذا الجزء فقط لطالبات التكميلي شعبة (11-12)

مثال : إذا أعطيتي دالة المنفعة التالية

$$U = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$$

$$I = p_1 x_1 + p_2 x_2$$

أوجدني خط الدخل – الاستهلاك للسلعتين

أوجدني دالة الطلب العادية للسلعتين

أوجدني دالة الطلب التعويضية للسلعتين

أوجدني دالة الانفاق لهذا المستهلك للسلعتين

$$\text{Max. } U = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$$

$$\text{s.t. : } I = p_1 x_1 + p_2 x_2$$

$$L = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha} + \lambda [I - p_1 x_1 - p_2 x_2]$$

$$L_{x_1} = \alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha} - p_1 \lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{\alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha}}{p_1} \quad (1)$$

$$L_{x_2} = (1-\alpha) x_1^\alpha x_2^{-\alpha} - p_2 \lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{(1-\alpha) x_1^\alpha x_2^{-\alpha}}{p_2} \quad (2)$$

$$L_\lambda = I - p_1 x_1 + p_2 x_2 = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha}}{(1-\alpha) x_1^\alpha x_2^{-\alpha}} = \frac{p_1}{p_2} \quad \text{من (1) ، (2)}$$

$$\frac{\alpha x_2}{(1-\alpha) x} = \frac{p_1}{p_2}$$

$$(1-\alpha) x_1 p_1 = \alpha x_2 p_2$$

$$x_1 = \frac{\alpha p_2 x_2}{(1-\alpha) p_1} \quad \text{خط الدخل الاستهلاك لـ } x_1$$

$$x_2 = \frac{(1-\alpha) p_1 x_1}{\alpha p_2} \quad \text{خط الدخل الاستهلاك لـ } x_2$$

بالتعويض في دالة الدخل نحصل على دالة الطلب العادية لـ x_2, x_1

بالتعويض عن x_1 نحصل على دالة الطلب لـ x_1

$$I = p_1 x_1 + p_2 x_2$$

$$I = p_1 \frac{\alpha x_2 p_2}{(1 - \alpha) p_1} + p_2 x_2$$

$$I = p_2 x_2 \left[\frac{\alpha}{(1 - \alpha)} + 1 \right]$$

$$I = p_2 x_2 \left[\frac{\alpha + 1 - \alpha}{(1 - \alpha)} \right]$$

$$I = p_2 x_2 \left[\frac{1}{(1 - \alpha)} \right]$$

$$x_2 = \frac{(1 - \alpha) I}{p_2} \quad \text{دالة الطلب العادية وبالتعويض عن } x_2 \text{ نحصل على دالة الطلب } x_1$$

$$I = p_1x_1 + p_2x_2$$

$$I = p_1x_1 + p_2 \left[\frac{(1-\alpha)x_1p_1}{\alpha p_2} \right]$$

$$I = p_1x_1 + \frac{(1-\alpha)x_1p_1}{\alpha}$$

$$I = p_1x_1 \left[1 + \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \right]$$

$$I = p_1x_1 \left[\frac{\alpha + 1 - \alpha}{\alpha} \right]$$

دالة الطلب العادية $x_2 = \frac{(1-\alpha)I}{p_2}$ ، وكذلك ، دالة الطلب العادية $x_1 = \frac{\alpha I}{p_1}$

إيجاد دالة الطلب التعويضية للسلعتين

نعوض x_2 من خط الدخل الاستهلاك في دالة المنفعة

$$U = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$$

$$U = x_1^\alpha \left[\frac{(1-\alpha)p_1 x_1}{\alpha p_2} \right]^{1-\alpha}$$

$$U = x_1^\alpha \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^{1-\alpha} \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{1-\alpha} x_1^{1-\alpha}$$

$$U = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^{1-\alpha} \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{1-\alpha} x_1$$

دالة الطلب التعويضية للسلعة x_1

$$x_1 = U \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{1-\alpha}$$

لايجاد دالة الطلب التعويضية للسلعة x_2 نعوض عن قيمة x_1

$$U = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$$

نعوض عن x_1

$$U = \left(\frac{\alpha p_2 x_2}{(1-\alpha)p_1} \right)^\alpha x_2^{1-\alpha}$$

$$U = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^\alpha \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^\alpha (x_2)^\alpha x_2^{1-\alpha}$$

$$U = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^\alpha \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^\alpha x_2$$

دالة الطلب التعويضية للسلعة x_2

$$x_2 = U \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^\alpha \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^\alpha$$

دالة الانفاق (دالة الدخل) $I = p_1x_1 + p_2x_2$ حيث x_1, x_2 دالة الطلب العادية

حيث $E = p_1x_1 + p_2x_2$ دالة الطلب التعويضية

$$E = p_1 \left(U \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{1-\alpha} \right) + p_2 \left(U \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^{\alpha} \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\alpha} \right)$$

$$= p_1 U(\alpha)^{1-\alpha} (1-\alpha)^{\alpha-1} (p_2)^{1-\alpha} (p_1)^{\alpha-1} + p_2 U(1-\alpha)^{\alpha} \alpha^{-\alpha} (p_1)^{\alpha} p_2^{-\alpha}$$

$$E = p_1^{\alpha} U(\alpha)^{1-\alpha} (1-\alpha)^{\alpha-1} p_2^{1-\alpha} + U p_2^{1-\alpha} p_1^{\alpha} (1-\alpha)^{\alpha}$$

$$E = p_1^{\alpha} p_2^{1-\alpha} U \left[\alpha^{1-\alpha} (1-\alpha)^{\alpha-1} + (1-\alpha)^{\alpha} \alpha^{-\alpha} \right]$$

بإكمال إخراج عامل مشترك وتعويض:

$$E = U p_1^{\alpha} p_2^{1-\alpha} \alpha^{-\alpha} \left[(1-\alpha)^{\alpha-1} \right]$$

$$E = U \left(\frac{p_1}{\alpha} \right)^{\alpha} \left(\frac{p_2}{1-\alpha} \right)^{\alpha-1} : \text{دالة الانفاق}$$