EXERCISE # 2 -OPER 213

السؤال الأول :

تقوم شركة بإنتاج ثلاثة أصناف **A** و **B** و **C** من زيوت السيارات. إنتاج علبة واحدة من كل صنف يتم بمزج المادتين الخام **RM-1** و **RM-2** وذلك بمقادير وأرباح محددة حسب الجدول التالي:

المواد الخام	متطلبات إنتاج علبة واحدة من الزيت (علبة خام/علبة زيت)			المتوفر من المواد الخام (علبة/يوم)
	A	B	C	
RM-1	2	4	3	11000
RM-2	3	1	2	12000
الربح من بيع كل صنف (ريال/علبة)	25	35	45	

بالإضافة إلى ذلك تتم عملية الإنتاج بمرور المنتجات الثلاثة على مصاف ثلاثة هي: المصفاة –**1** ، المصفاة–**2** والمصفاة–**3** ، ويستغرق إنتاج كل علبة زيت ساعات محددة في كل مصفاة حسب الجدول التالي:

صنف الزيت	عدد الساعات لإنتاج علبة زيت واحدة في		
	المصفاة–1	المصفاة–2	المصفاة–3
A	1	0	1
B	2	2	0
C	0	3	3

علماً بأن ساعات العمل المتوفرة يومياً هي **5000** ساعة إنتاجية لكل مصفاة.

الشركة تريد أن يكون الحد الأقصى لإنتاجها اليومي من الزيوت من النوع **A** هو نصف إنتاجها من كلا النوعين **B** و **C**.

الشركة أيضا قررت أن تنتج يومياً على الأقل وحدتين من النوع **C** مقابل كل ثلاثة وحدات تنتجها من النوع **B**.

صغ المسألة بنموذج رياضي خطي.

EXERCISE # 2 -OPER 213

حل السؤال الأول :

x_1 = A عدد العلب المنتجة يومياً من الزيت
x_2 = B عدد العلب المنتجة يومياً من الزيت
x_3 = C عدد العلب المنتجة يومياً من الزيت

البرنامج الخطي هو:

$$\max \; z = 25x_1 + 35x_2 + 45x_3$$

s.t.

$$\begin{aligned}
2x_1 + 4x_2 + 3x_3 &\le 11000 \\
3x_1 + x_2 + 2x_3 &\le 12000 \\
x_1 + 2x_2 &\le 5000 \\
2x_2 + 3x_3 &\le 5000 \\
x_1 + 3x_3 &\le 5000 \\
x_1 &\le 0.5\,(x_2 + x_3) \\
3x_3 &\ge 2x_2 \\
x_1 \,,\; x_2 \,,\; x_3 &\ge 0
\end{aligned}$$

EXERCISE # 2 -OPER 213

السؤال الثاني :

شركة تصنيع وطنية تنتج لعبة للأطفال. هذه الشركة لديها مصنعان (مصنع A ومصنع B) لإنتاج هذه اللعبة.

المصنع A يمكن أن ينتج بحد أقصى 400 لعبة.

المصنع B يمكن أن ينتج بحد أقصى 350 لعبة.

الشركة لديها ثلاثة معارض تسويق لبيع هذه اللعبة.

الطلب المتوقع على اللعبة في المعرض الأول هو 150 لعبة.

الطلب المتوقع على اللعبة في المعرض الثاني هو 200 لعبة.

الطلب المتوقع على اللعبة في المعرض الثالث هو 350 لعبة.

الشركة تستطيع أن تبيع هذه اللعبة في المعرض الأول بسعر 12 ريال.

الشركة تستطيع أن تبيع هذه اللعبة في المعرض الثاني بسعر 14 ريال.

الشركة تستطيع أن تبيع هذه اللعبة في المعرض الثالث بسعر 15 ريال.

تكلفة إنتاج وشحن اللعبة الواحدة من المصانع لمعارض التسويق هي كما يلي:

	معرض التسويق الأول	معرض التسويق الثاني	معرض التسويق الثالث
المصنع A	8	6	12
المصنع B	7	9	11

الشركة تريد أن تحدد أفضل خيارات تصنيع وتزويد المعارض بهذه اللعبة.

الحل للسؤال الثاني :

x_{ij} = عدد اللعب المصنعة في المصنع i والمرسلة للبيع في معرض التسويق j

$i = 1, 2$ (تمثلان المصنعين A و B)

$j = 1, 2, 3$ (تمثلان معرض التسويق الأول ، الثاني ، الثالث)

$$\max \quad z = 4x_{11} + 8x_{12} + 3x_{13} + 5x_{21} + 5x_{22} + 4x_{23}$$

s.t.

$$\begin{aligned}
x_{11} + x_{12} + x_{13} &\leq 400 \\
x_{21} + x_{22} + x_{23} &\leq 350 \\
x_{11} + x_{21} &\geq 150 \\
x_{12} + x_{22} &\geq 200 \\
x_{13} + x_{23} &\geq 350
\end{aligned}$$

$$x_{ij} \geq 0 \qquad i = 1, 2 \;\; ; \;\; j = 1, 2, 3$$

الحل الأمثل لهذه المسألة هو:

$$x_{11}^* = 0, x_{12}^* = 250, x_{13}^* = 150, x_{21}^* = 150, x_{22}^* = 0, x_{23}^* = 200,$$

$$z^* = 4000$$

لو استبدلنا قيود الطلب (الثلاث قيود الأخيرة) بعلاقة "=" ، سيصبح الحل الأمثل:

$$x_{11}^* = 0, x_{12}^* = 200, x_{13}^* = 150, x_{21}^* = 150, x_{22}^* = 0, x_{23}^* = 200,$$

$$z^* = 3600$$

EXERCISE # 2 -OPER 213

السؤال الثالث :

إحدى شركات التغذية تصنع وتسوق منتجات غذائية متنوعة. الشركة قررت تصنيع وبيع علبة غذائية تحتوي على أربعة أنواع من المكسرات، على أن يكون وزن المكسرات داخل العلبة نصف كيلوجرام. كل نوع من أنواع المكسرات الأربعة له سعر شراء مختلف وكذلك يحتوي على وحدات مختلفة من الفيتامينات كما يبين الجدول التالي:

نوع المكسرات	فيتامين أ وحدة/كيلو	فيتامين ب وحدة/كيلو	فيتامين جـ وحدة/كيلو	تكلفة الشراء ريال/كيلو
لوز	9	15	4	3
فستق	8	5	3	2
كاجو	11	7	7	4
بندق	10	9	5	5

الشركة تريد أن تصنع هذه العلبة الغذائية بأقل تكلفة، بحيث أن تحتوي العلبة على الأقل على 10 وحدات من فيتامين أ، و 15 وحدة من فيتامين ب، و 8 وحدات من فيتامين جـ ؛ وبحيث أن لا تزيد كمية اللوز والفستق في العلبة عن ثلاثة أرباع محتويات العلبة ؛ وكذلك أن تكون نسبة الكاجو في العلبة على الأقل مساوية لضعف نسبة البندق في العلبة.

صغ المسألة بنموذج رياضي خطي.

اجابة السؤال الثالث :

x_1 = كمية اللوز بالكيلوجرام التي ستحتويها العلبة
x_2 = كمية الفستق بالكيلوجرام التي ستحتويها العلبة
x_3 = كمية الكاجو بالكيلوجرام التي ستحتويها العلبة
x_4 = كمية البندق بالكيلوجرام التي ستحتويها العلبة

البرنامج الخطي هو:

$$\min\ z = 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 5x_4$$

s.t.

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = \tfrac{1}{2}$$

$$9x_1 + 8x_2 + 11x_3 + 10x_4 \geq 10$$
$$15x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 9x_4 \geq 15$$
$$4x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 5x_4 \geq 8$$

$$x_1 + x_2 \leq \tfrac{3}{4}(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) = 3/8$$
$$x_3 \geq 2x_4$$

$$x_i \geq 0,\quad i = 1, 2, 3, 4$$

السؤال الرابع :

ستقوم شركة سابك بتعيين 1000 خريج على الوظائف المتاحة لديها. الجدول التالي يبين توزيع الوظائف حسب مكان الوظيفة ونوع التخصص وعدد الوظائف المتاحة والتكلفة الشهرية للموظف:

المدن	نوع التخصص	عدد الوظائف المتاحة	التكلفة الشهرية للموظف
الرياض	التخصصات الإنسانية	200	10000
	التخصصات العلمية	200	12000
الدمام	التخصصات الإنسانية	400	15000
	التخصصات العلمية	400	20000

توفر الشركة سكن مجاني في الرياض للمتعينين في الرياض بعدد 95 شقة وكذلك سكن مجاني في الدمام للمتعينين في الدمام بعدد 155 شقة. يمكن تسكين بحد أقصى 4 موظفين في كل شقة.

إدارة الشركة تريد تقليل التكاليف الشهرية للموظفين المعينين وفقاً للشروط التالية:

١. عدد المتعينين من التخصصات الإنسانية لا يقل عن 20% من إجمالي الخريجين المتعينين في الشركة.
٢. عدد المتعينين في الدمام لا يتجاوز 60% من إجمالي الخريجين المتعينين في الشركة.
٣. لكل خريج يعين من التخصصات الإنسانية يجب تعيين على الأقل خريجين من التخصصات العلمية.

صغ المسألة بنموذج رياضي خطي.

حل السؤال الرابع :

$x_1 =$ عدد المتعينين في الرياض من التخصصات الإنسانية
$x_2 =$ عدد المتعينين في الرياض من التخصصات العلمية
$x_3 =$ عدد المتعينين في الدمام من التخصصات الإنسانية
$x_4 =$ عدد المتعينين في الدمام من التخصصات العلمية

البرنامج الرياضي الخطي هو:

$$\min \quad z = 10000x_1 + 12000x_2 + 15000x_3 + 20000x_4$$

s.t.

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1000$$

$$x_1 \leq 200 \quad , \quad x_2 \leq 200 \quad , \quad x_3 \leq 400 \quad , \quad x_4 \leq 400$$

$$x_1 + x_2 \leq 4(95)$$

$$x_3 + x_4 \leq 4(155)$$

$$x_1 + x_3 \geq 0.20\,(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

$$x_3 + x_4 \leq 0.60\,(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

$$\frac{x_2 + x_4}{x_1 + x_3} \geq \frac{2}{1} \quad \text{or} \quad x_2 + x_4 \geq 2(x_1 + x_3)$$

$$x_1 \ , \ x_2 \ , \ x_3 \ , \ x_4 \geq 0$$