

Techniques of Integration

طرائق التكامل

Math 111

Lecture 15

Dr. Nasser Bin Turki

King Saud University
Department of Mathematics

2016

طرائق التكامل:

(٢) تكاملات قوى الدوال المثلثية:

Integrals of Powers of Trigonometric Functions:

الحالة الثانية:

$$\int \tan^m x \sec^n x dx.$$

إذا كان $m = 0$ و n عدد فردي ، فإننا نستخدم طريقة الاختزال المتتالي:

$$\begin{aligned} \int \tan^m x \sec^n x dx &= \int \sec^n x dx \\ &= \frac{1}{n-1} \sec^{n-2} x \tan x + \frac{n-2}{n-1} \int \sec^{n-2} x dx. \end{aligned}$$

ب) إذا كان $n = 0$ ، فإننا نستخدم طريقة الاختزال التالي:

$$\begin{aligned}\int \tan^m x \sec^n x dx &= \int \tan^m x dx = \int \tan^{m-2} x (\sec^2 x - 1) dx \\ &= \int \tan^{m-2} x \sec^2 x dx - \int \tan^{m-2} x dx \\ &= \frac{1}{m-1} \tan^{m-1} x - \int \tan^{m-2} x dx.\end{aligned}$$

(ج) اذا كان n عدد زوجيا فأننا نأخذ من n ترييع مع dx ونحول الباقي الى $\tan x$ باستخدام التعويض

$$\sec^2 x = \tan^2 x + 1.$$

(د) اذا كان m عدد فردي فأننا نأخذ واحد من كلا منهما مع dx ونحول الباقي الى $\sec x$ باستخدام التعويض

$$\tan^2 x = \sec^2 x - 1.$$

الحالة الثالثة:

$$\int \cot^m x \csc^n x dx.$$

تم معالجة مثل هذه التكاملات بطريقة مماثلة للتكاملات $\int \tan^m x \sec^n x dx$ واستخدام المتطابقة

$$\csc^2 x = 1 + \cot^2 x.$$

Examples

مثال : أوجد تكامل كل من الدوال التالية:

$$(1) \int \sec^4 x \sqrt{\tan x} dx.$$

$$(2) \int \sec^3 x \tan^5 x dx.$$

$$(3) \int \sec^4 x \tan^6 x \, dx.$$

$$(4) \int \cot^5 x \csc^5 x \, dx.$$

Exercises

مثال : أوجد تكامل كل من الدوال التالية :

$$(1) \int (\tan x + \cot x)^2 dx.$$

$$(2) \int \sec^6 x dx.$$

$$(3) \int \sec^3 x \tan^3 x dx.$$

$$(4) \int \frac{\sec x}{\cot^5 x} dx.$$

$$(5) \int \csc^4 x \cot^4 x dx.$$

Thanks for listening.