

# Techniques of Integration

طرائق التكامل

Math 111

Lecture 19

Dr. Nasser Bin Turki

King Saud University  
Department of Mathematics

2016

طرائق التكامل:

(٥) الكسور الجزئية:

Partial Fractions :

في هذا القسم سوف نقوم بمعالجة التكاملات التي تحتوي على تكامل  
الدوال من الشكل

$$\frac{P(x)}{Q(x)}$$

حيث أن  $P(x)$  و  $Q(x)$  كثيرات حدود،  $Q(x) \neq 0$  ودرجة  $Q(x)$  أكبر  
من درجة  $P(x)$

## مبرهنة

إذا كانت  $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$  دالة كسرية و درجة  $g(x)$  أصغر من درجة  $h(x)$ ،  
فإن هناك كسورا  $F_1, F_2, \dots, F_n$  تحقق

$$f(x) = F_1(x) + F_2(x) + \dots + F_n(x)$$

و تكون كل  $F_i(x)$  إما على الصورة  $\frac{A}{(ax+b)^m}$  (حيث  $m \in \mathbb{N}$ ) أو على الصورة

$$\frac{Ax+B}{(ax^2+bx+c)^m} \text{ حيث } b^2 - 4ac < 0.$$

الحالة الاولى :  
المقام عوامل مختلفة من الدرجة الاولى  
مثال : أوجد تكامل الدالة التالية:

$$\int \frac{2x + 5}{x^2 - 5x + 6} dx.$$

الحالة الثانية :

المقام يحوي عوامل من الدرجة الاولى مكررة  
مثال : أوجد تكامل الدالة التالية:

$$\int \frac{1}{(x-1)^2(x+1)} dx.$$

الحالة الثالثة :

المقام يحوي عوامل من الدرجة الثانية غير قابلة للتحليل  
مثال : أوجد تكامل الدالة التالية:

$$\int \frac{x-1}{(x+1)(x^2+3)} dx.$$

الحالة الرابعة :

المقام يحوي عوامل من الدرجة الثانية غير قابلة للتحليل ومكررة  
مثال : أوجد تكامل الدالة التالية:

$$\int \frac{5x^3 - 3x^2 + 7x - 3}{(x^2 + 1)^2} dx.$$

## Exercises

مثال : أوجد تكامل الدالة التالية:

$$\int \frac{x + 34}{(x - 6)(x + 2)} dx.$$

$$\int \frac{x + 16}{x^2 + 2x - 8} dx.$$

$$\int \frac{x^4 - x^3 - x + 1}{x(x^2 + 1)^2} dx.$$

$$\int \frac{x^3 + 3x - 2}{x^2 - x} dx.$$



*Thanks for listening.*