تحليل التباين الثنائي (2-Way Anova)

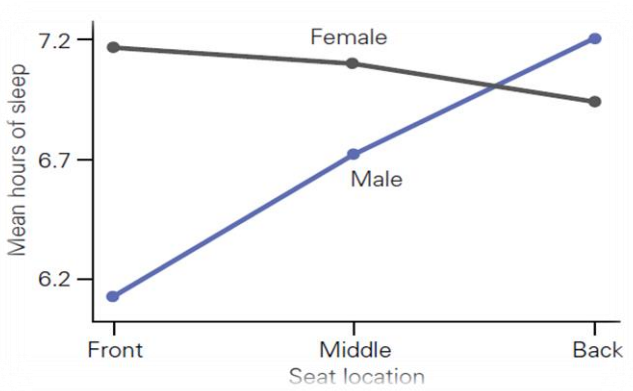
في تحليل التباين الثنائي (2-Way Anova) نقوم بإجراءات مشابهة لتحليل التباين الأحادي (One-Way Anova) ونفترض نفس الشروط (العينات مختارة عشوائيا والقيم متوزعة طبيعيا داخل كل مجتمع وتباين المجتمعات متجانس) ولكن الاهتمام ينتقل من المقارنة فقط بين متوسط عدد من المجتمعات (k) مثل الذكور والإناث أو طريقة تعليم (مبرمج – حاسب –تعاوني) إلى المقارنة بين (ab) مجتمعات. ويعني أن المقارنات ستكون بين المجتمعات الأصلية مثل ذكور وإناث وكذلك طرق التدريس (مبرمج-حاسب-تعاوني) في نفس الوقت.

تصميم تحليل التباين الأحادي

طريقة التدريس		
مبرمج	حاسب	تعاوني
W_1	Y_1	X_1
W_2	Y_2	X_2
W_3	Y_3	X_3
W_4	Y_4	X_4
W_5	Y_5	X_5
W_6	Y_6	X_6
$\bar{\omega}$	$\bar{y}$	$\bar{x}$

تصميم تحليل التباين الثنائي

طريقة التدريس			الجنس
مبرمج	حاسب	تعاوني	
W_1	Y_1	X_1	ذكر
W_2	Y_2	X_2	
W_3	Y_3	X_3	
W_4	Y_4	X_4	أنثى
W_5	Y_5	X_5	
W_6	Y_6	X_6	
$\bar{\omega}$	$\bar{y}$	$\bar{x}$	



الافتراضات

لا شك في أن تحليل التباين يقوم على مجموعة من الاشتراطات والافتراضات المسبقة؛ وحتى يعطي هذا الأسلوب نتائج دقيقة وصادقة يجب التحقق من توافر تلك الشروط وتحققها...ولكن في الممارسات الميدانية قد يندر أو على الأقل يصعب تحقق تلك الشروط بالكلية وبالشكل التام الذي لا هنة فيه وعليه يمكن التجاوز عن بعض الخروقات البسيطة...

مثلا:

- الاعتدالية في التوزيع يمكن غض النظر عنها إذا كان حجم العينة متوسطا أو كبيرا وكانت خالية من القيم الشاذة
- التجانس في التباين قد يغض النظر عنه إذا كانت التباينات متقاربة
- الاستقلالية الصرفة قد يستعاض عنها بعينات ممثلة ولكن منفصلة

نموذج تحليل التباين الأحادي (One-Way Anova)

نموذج تحليل التباين الأحادي غير معقد ويقوم على التالي:

$$x_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij}$$

ببساطة لوكان متوسط الأطوال ($\mu_i = 180$) وطول محمد (188) فبإمكاننا التعبير عن ذلك في النموذج الرياضي التالي:

$$188 = 180 + 8$$

$$x_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij}$$

ويعني أن كل قيمة هي عبارة عن متوسط القيم + خطأ (تشتت عن المتوسط)

ولوكان متوسط الأطوال ($\mu_i = 180$) وطول خالد (178) فبإمكاننا التعبير عن ذلك في النموذج الرياضي التالي:

$$178 = 180 + (-2)$$

$$x_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij}$$

نموذج تحليل التباين الثنائي (Two-Way Anova)

نموذج تحليل التباين الثنائي يقوم على التالي:

$$x_{ijk} = \mu_{ij} + \varepsilon_{ijk} = \mu_{..} + \alpha_i + \beta_i + \alpha_i\beta_i + \varepsilon_{ijk}$$

المتوسط الكلي

التفاعل بين العاملين (مثلا الجنس وطريقة التدريس)

α_i تأثير المتغير التصنيفي الأول (مثلا طريقة التدريس)

β_i تأثير المتغير التصنيفي الثاني (مثلا الجنس)

اختبار معنوية الفروق

- في تحليل التباين الأحادي يوجد لدينا متغير مستقل (تصنيفي) ومتغير تابع

والفروض الإحصائية كالتالي:

الفرض الصفري

$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

الفرض البديل:

H_a: على الأقل أحد المتوسطات مختلف

- في تحليل التباين الثنائي يوجد لدينا متغيران مستقلان (تصنيفيان) ومتغير تابع

والفروض الإحصائية كالتالي:

الفرض الأول

H_0: $\mu_{1.} = \mu_{2.} = \mu_{3.}$

H_a:على الأقل أحد المتوسطات مختلف

تختبر ما إذا كانت المتوسطات متساوية لجميع مستويات المتغير التصنيفي الأول (ليس لأحد أثرعلى المتغير التابع)

H_0: $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$

H_a: ليس كل (α_i) تساوي صفر

الفرض الثاني

H_0: $\mu_{.1} = \mu_{.2} = \mu_{.3}$

H_a على الأقل أحد المتوسطات مختلف

تختبر ما إذا كانت المتوسطات متساوية لجميع مستويات المتغير التصنيفي الأول

H_0: $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$

H_a: ليس كل (β_i) تساوي صفر

الفرض الثالث

H_0: جميع $(\alpha_i\beta_i)$ تساوي صفر

H_a ليس جميع $(\alpha_i\beta_i)$ تساوي صفر

تختبر ما إذا كانت هناك تفاعل بين المتغيرات (النموذج الخطي المركب مقابل النماذج غير الخطية)

TABLE S4.1 Two-Way ANOVA Table

Source	Degrees of Freedom	Sum of Squares	Mean Square	*F*
Factor A	$a - 1$	SSA	$MSA = SSA/(a - 1)$	MSA/MSE
Factor B	$b - 1$	SSB	$MSB = SSB/(b - 1)$	MSB/MSE
AB interaction	$(a - 1)(b - 1)$	SSAB	$MSAB = SSAB/(a - 1)(b - 1)$	MSAB/MSE
Error	$N - ab$	SSE	$MSE = SSE/(N - ab)$	
Total	$N - 1$	SSTO		

TABLE S4.2 Hypotheses and Test Statistics for Two-Way ANOVA

Effect	Null Hypothesis	*F*-Test Statistic	*p*-value = Area Above Value of *F*-Test Statistic for *F*-Distribution with df of:
Factor A	H_0: All $\mu_{i.}$ equal	MSA/MSE	$(a - 1), N - ab$
Factor B	H_0: All $\mu_{.j}$ equal	MSB/MSE	$(b - 1), N - ab$
AB interaction	H_0: All $(\alpha\beta)_{ij} = 0$	MSAB/MSE	$(a - 1)(b - 1), N - ab$

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
ADOPTIVE	1	1477.6	1277.4	1277.4	7.31	0.011
BIOLOGIC	1	2291.5	2275.8	2275.8	13.02	0.001
ADOPTIVE*BIOLOGIC	1	1.9	1.9	1.9	0.01	0.917
Error	34	5941.2	5941.2	174.7		
Total	37	9712.2				

الجداول أعلاه مأخوذة من

Mind on Statistics by Heckard & Utts

مثال مأخوذ من كتاب "النظام الإحصائي SPSS

فهم وتحليل البيانات الإحصائية" الزعبي والطلافحة - بتصرف

Between-Subjects Factors			
		Value Label	N
طريقة التدريس	1	المبرمج	20
	2	بالحاسب	20
	3	التعاوني	20
الجنس	1	ذكر	30
	2	أنثى	30

Descriptive Statistics				
المتغير التابع "الفرق في المعدل التراكمي"				
طريقة التدريس	الجنس	Mean	Std. Deviation	N
المبرمج	ذكر	.3350	.22858	10
	أنثى	.1700	.18288	10
	المجموع	.2525	.21853	20
بالحاسب	ذكر	.3050	.19214	10
	أنثى	.6400	.17764	10
	المجموع	.4725	.24893	20
التعاوني	ذكر	.1650	.14916	10
	أنثى	.1050	.14615	10
	المجموع	.1350	.14699	20
المجموع	ذكر	.2683	.20064	30
	أنثى	.3050	.29254	30
	المجموع	.2867	.24938	60

Levene's Test of Equality of Error Variances[a]

Dependent Variable: المعدل التراكمي

F	df1	df2	Sig.
.575	5	54	.719

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.

a. Design: Intercept + method + gender + method * gender

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: المعدل التراكمي

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	1.889[a]	5	.378	11.463	.000
Intercept	4.931	1	4.931	149.582	.000
طريقة التدريس	1.174	2	.587	17.809	.000
الجنس	.020	1	.020	.612	.438
الجنس * طريقة التدريس	.695	2	.348	10.543	.000
Error	1.780	54	.033		
Total	8.600	60			
Corrected Total	3.669	59			

a. R Squared = .515 (Adjusted R Squared = .470)

1. طريقة التدريس

Dependent Variable: المعدل التراكمي

طريقة التدريس	Mean	Std. Error	95% Confidence Interval	
			Lower Bound	Upper Bound
المبرمج	.252	.041	.171	.334
بالحاسب	.473	.041	.391	.554
التعاوني	.135	.041	.054	.216

2. Gender

Dependent Variable: Change in GPA

الجنس	Mean	Std. Error	95% Confidence Interval	
			Lower Bound	Upper Bound
ذكر	.268	.033	.202	.335
أنثى	.305	.033	.239	.371

Multiple Comparisons

Dependent Variable: Change in GPA

Scheffe

طريقة التدريس (أ)	طريقة التدريس (ب)	MEAN DIFFERENCE (I-J)	STD. ERROR	SIG.	95% CONFIDENCE INTERVAL	
					LOWER BOUND	UPPER BOUND
المبرمج	بالحاسب	-.2200*	.05741	.002	-.3645	-.0755
	التعاوني	.1175	.05741	.133	-.0270	.2620
بالحاسب	المبرمج	.2200*	.05741	.002	.0755	.3645
	التعاوني	.3375*	.05741	.000	.1930	.4820
التعاوني	المبرمج	-.1175	.05741	.133	-.2620	.0270
	بالحاسب	-.3375*	.05741	.000	-.4820	-.1930

Based on observed means.

The error term is Mean Square(Error) = .033.

*. The mean difference is significant at the .05 level.

Change in GPA

Scheffe[a,b]

طريقة التدريس	N	Subset	
		1	2
التعاوني	20	.1350	
المبرمج	20	.2525	
بالحاسب	20		.4725
Sig.		.133	1.000

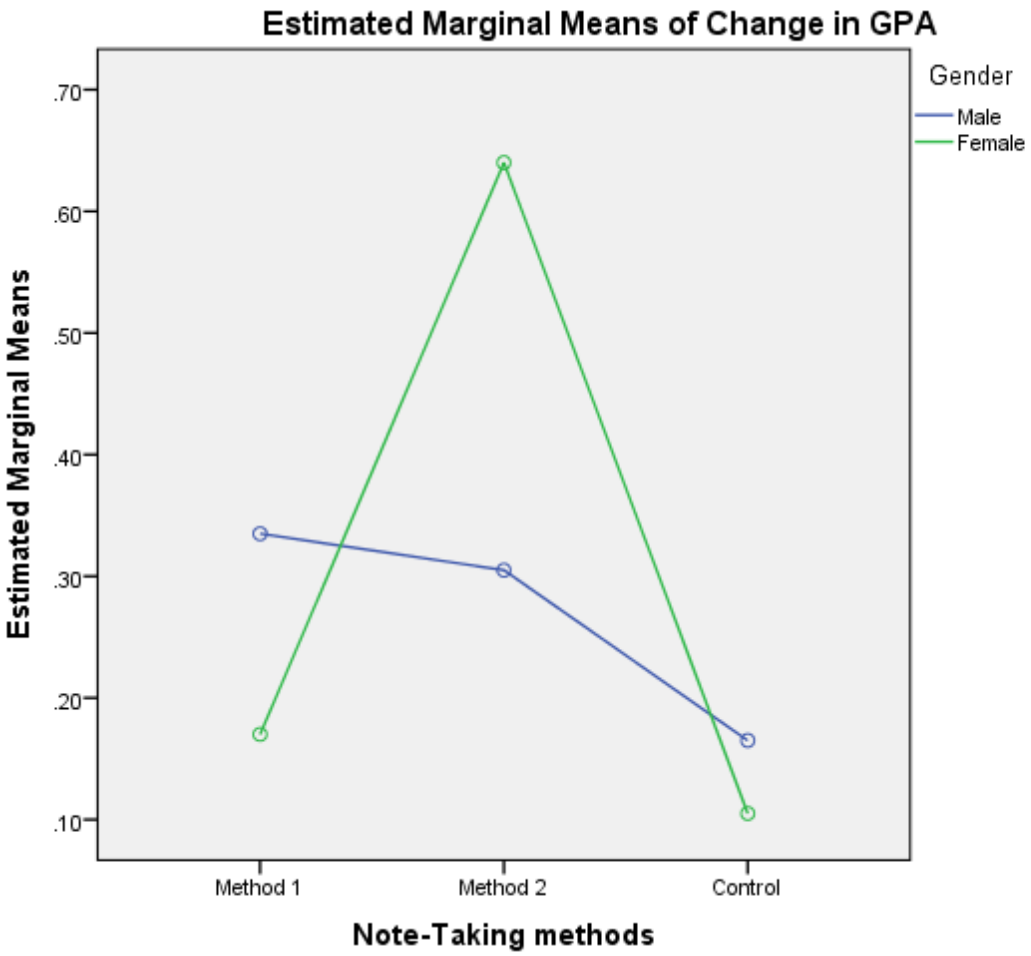
Means for groups in homogeneous subsets are displayed.

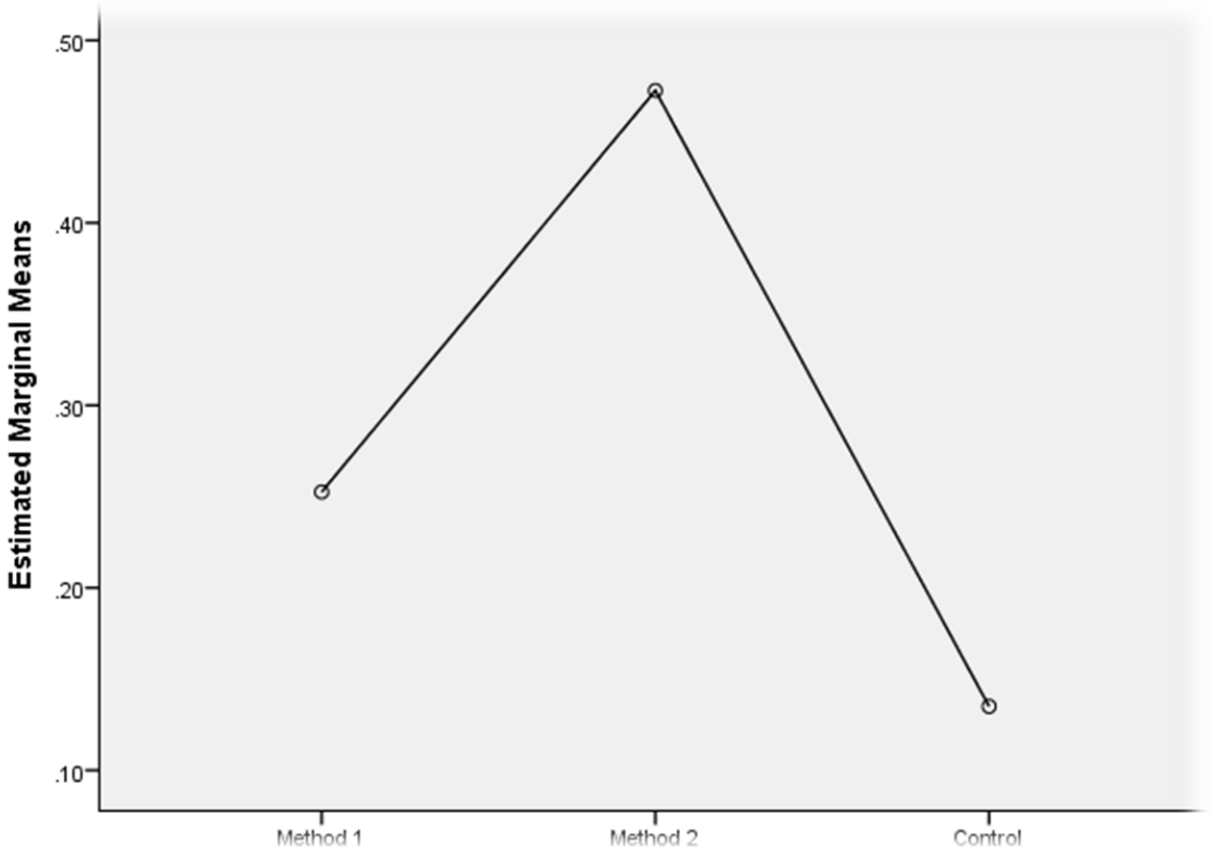
Based on observed means.

The error term is Mean Square(Error) = .033.

a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 20.000.

b. Alpha = .05.


Estimated Marginal Means of Change in GPA
Gender
Male
Female
Estimated Marginal Means
.70
.60
.50
.40
.30
.20
.10
Method 1
Method 2
Control
Note-Taking methods


Estimated Marginal Means
.50
.40
.30
.20
.10
Method 1
Method 2
Control