

السؤال الأول:

(أ) إذا كانت a, b, c أعداداً صحيحة وكان n عدداً صحيحاً موجباً، فاثبت أن $ac \equiv bc \pmod{n}$ إذا وفقط إذا كان $a \equiv b \pmod{\left(\frac{n}{d}\right)}$ حيث $d = (n, c)$.

(ب) حل نظام التطابق التالي:

$$x \equiv 2 \pmod{11}$$

$$7x \equiv 2 \pmod{12}$$

$$x \equiv 4 \pmod{13}$$

(ج) إذا كان p, q عددين أوليين مختلفين، فاثبت أن $p^{q-1} + q^{p-1} \equiv 1 \pmod{pq}$.

السؤال الثاني:

(أ) أثبت أنه يوجد للعدد الصحيح a نظير ضربي قياس العدد الصحيح n إذا وفقط إذا كان $(a, n) = 1$. ثم أثبت أن النظير الضربي للعدد a قياس n (في حالة وجوده) وحيد.

(ب) احسب النظير الضربي للعدد 160 قياس 841.

(ج) حل نظام التطابقات التالي:

$$4x + y \equiv 2 \pmod{26}$$

$$19x + y \equiv 3 \pmod{26}$$