الاختبار الفصلي الثّاني ـ المدّة: ساعة ونصف

1- اعط معادلة المستقيم الكروي المار بالنّقطتين $\xi_1\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$ و $\xi_2\left(\frac{2}{3},-\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$.

2- نعتبر $\xi_1\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$ ، $\xi_2\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$ ، $\xi_3\left(1,0,0\right)$. احسب أطوال أضلاع وزوايا المثلّث الكروي (ξ_1,ξ_2,ξ_3) ، وتأكد أن قاعدة الجيوب الكرويّة محقّقة فيه.

3- (تتمّة) نعتبر $\xi_1'\left(\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{6},\frac{2}{3}\right)$ ، $\xi_2'\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{6},\frac{2}{3}\right)$ ، $\xi_3'\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2},0\right)$. أثبت أنّ المثلّث الكروي (ξ_1',ξ_2',ξ_3') مطابق للمثلّث الكروي (ξ_1,ξ_2,ξ_3) واعط صيغة التّقايس بينهما.

4- بيّن أنّ التّحويل $\mathcal{T}:\mathbb{S}^2\to\mathbb{S}^2$ المعرّف بـ

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \frac{1}{7}\begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 6 & 2 & -3 \\ 3 & -6 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

تقايس كروي، وعيّن نوعه، وحدّد عناصره.

5- نعتبر في نصف المستوى الزّائدي $\mathbb{H}^2$ المثلّث $z_1=i$ ، $z_2=1+i$ ، $z_3=1+3i$. ارسم أضلاع المثلّث الزّائدي (z_1,z_2,z_3) واحسب أطوالها.

6- (تتمّة) نعتبر تحويل موبيوس $f:\mathbb{H}^2\to\mathbb{H}^2,\ z\mapsto\dfrac{2z+1}{5z+3}$. تحقّق حسابيّا من كون المثلّثين الزائديين (z_1,z_2,z_3) و $(f(z_1),f(z_2),f(z_3))$ متطابقين.