نتيجة (٢)

إذا كان n عدداً مؤلفاً فإنه يوجد قاسم أوّلي p للعدد n بحيث إن $p \le \sqrt{n}$.

البرهان

بما أن n عدد مؤلف فإن $n = ab$ و $1 < a \le b < n$. إذن $n = ab \ge a^2$ ، ومنه نجد $a \le \sqrt{n}$. باستخدام نتيجة (١) يوجد عدد أوّلي p بحيث $p \mid a$. ومنه نجد أن $p \mid n$ و $p \le a$. وبالتالي فإن $p \le \sqrt{n}$. Δ

نتيجة (٣)

إذا كان $n > 1$ عدداً لا يوجد له أي قاسم أوّلي أقل من $\sqrt{n}$ أو يساويه فإن n يجب أن يكون عدداً أوّلياً .

البرهان

إذا كان n عدداً مؤلفا فإنه باستخدام نتيجة (٢) يجب أن يكون له قاسم

... عدداً أولياً فهو يفي بمنطوق المبرهنة .

... عدداً مؤلفاً فإن $ab = k + 1$ حيث إن $b \le k$ ، $2 \le a$. باستخدام ... استقراء الرياضي نستطيع كتابة كل من a و b كحاصل ضرب عدد منته من ... الأعداد الأولية، وبالتالي فإننا نستطيع كتابة $k + 1$ كحاصل ضرب عدد منته من الأعداد الأولية . Δ

نتيجة (١)

كل عدد صحيح $n > 1$ يكون له قاسم أولي .

البرهان

إذا كان n عدداً أولياً فالعبارة صحيحة لأن $n \mid n$. أما إذا كان n عدداً مؤلفاً فإننا نحصل على القاسم الأولي باستخدام مبرهنة (١٠ , ١) . Δ