جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الفيزياء والفلك

مقرر 312 فيز (فيزياء تقليدية II)

المحاضرة رقم: 09

مسألة القوة المركزية 2

د. ناصر بن صالح الزايد

nalzayed@ksu.edu.sa

8.5– حفظ الطاقة الكلية

- معادلة (27) تتكون من حدين: الأول يثمل الطاقة الحركة والثاني يمثل طاقة الوضع الفعالة Effective Potential Energy . ومجموعهما يمثل كمية ثابتة (محفوظة) مع الزمن.
- ربما من المناسب أن نعيد الحدود الأصلية في طاقة الوضع الفعالة (ارجع لمعادلة 26)، ثم نعيد كتابة المعادلة (27) ونحصل على التالي:

$$\frac{1}{2}\mu\dot{r}^2 + U_{\text{eff}}(r) = \frac{1}{2}\mu\dot{r}^2 + \frac{1}{2}\mu r^2\dot{\phi}^2 + U(r) = E \qquad (28)$$

- وبهذا فقد عبرنا معادلة الحركة الأساسية لنظام مكون من جسمين ولكن فقط باستخدام الحركة النصف قطرية ونقصد بها في البعد r فقط، أي أن لدينا الآن معادلة حركة في بعد واحد فقط 1-d .
- أهم ما تشير إليه معالدة (28) أن الطاقة الكلية للنظام E هي طاقة محفوظة أي لا تتغير قيمتها مع الزمن ولكنها لا تقول بأن كل حد ثابت مع الزمن، وأنما المجموع كله هو الذي يظل محفوظا.

8.5– معادلة (المدار) الفلك equation of orbit

- قمنا حتى الآن باشتقاق معادلات الحركة وهي دوال في المسافة r والزمن.
- وللبحث عن معادلة الفلك (مدار المذنب أو أي كوكب آخر) لابد من التعبير عن r بدلالة ϕ
- نعود لمعادلة (22) ونعبر عنها بشكل صريح باستخدام حدود القوة:

$$\mu\ddot{r} = F_r + \frac{l^2}{\mu r^3} \qquad (29)$$

- الآن نحتاج إلى تغيير الأحداثيات كما يلي:

$$u = \frac{1}{r} \qquad or \qquad u = \frac{1}{r} \qquad (30)$$

and

$$\frac{d}{dt} = \frac{d\phi}{dt}\frac{d}{d\phi} = \dot{\phi}\frac{d}{d\phi} = \frac{\ell}{\mu r^2}\frac{d}{d\phi} = \frac{\ell u^2}{\mu}\frac{d}{d\phi} \qquad (31)$$

$$\rightarrow \dot{r} = \frac{d}{dt}(r) = \frac{\ell u^2}{\mu}\frac{d}{d\phi}\frac{1}{u} = -\frac{\ell}{\mu}\frac{du}{d\phi}$$

$$\therefore \ddot{r} = \frac{d}{dt}(\dot{r}) = \frac{\ell u^2}{\mu}\frac{d}{d\phi}\left(-\frac{\ell}{\mu}\frac{du}{d\phi}\right) = -\frac{\ell^2 u^2}{\mu^2}\frac{d^2u}{d\phi^2} \qquad (32)$$

8.5– معادلة (المدار) الفلك equation of orbit

- أذن تصبح المعادلة القطرية radial equation (معادلة 20) بالصورة التالية:

$$-\mu\frac{\ell^2u^2}{\mu^2}\frac{\partial^2u}{\partial\phi^2}=F(r)+\frac{\ell^2u^3}{\mu}$$

$$\therefore -\frac{\ell^2u^2}{\mu}\frac{\partial^2u}{\partial\phi^2}=F(r)+\frac{\ell^2u^3}{\mu}$$

$$\rightarrow \frac{\partial^2u}{\partial\phi^2}=-\frac{\mu}{\ell^2u^2}F(r)-\frac{\mu}{\ell^2u^2}\frac{\ell^2u^3}{\mu} \qquad (33)$$

or

$$u''(\phi)=-u(\phi)-\frac{\mu}{\ell^2u(\phi)^2}F(r) \qquad (34)$$

- هذه المعادلة (34) هي معادلة المدار (الفلك) لأي جسم يدور تحت تأثير قوة مركزية، والمطلوب حلها لكل نظام بحسب القوة المؤثرة وطاقة الجهد المتعلقة بالنظام.

شـكرا للمتابعة

نهاية المحاضرة