جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الفيزياء والفلك

مقرر 312 فيز (فيزياء تقليدية II)

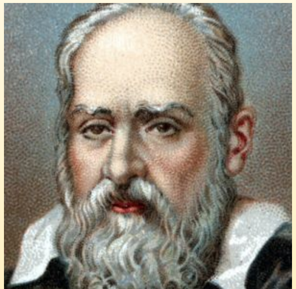
المحاضرة رقم: 01

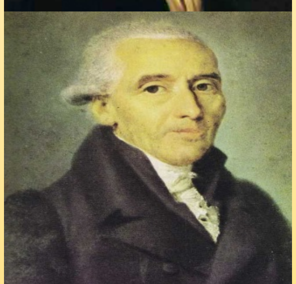
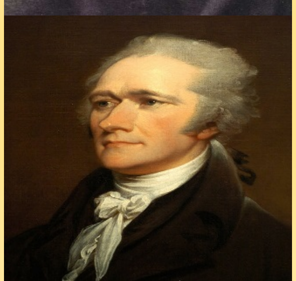
مقدمة عامة – الجزء الأول

د. ناصر بن صالح الزايد

nalzayed@ksu.edu.sa

1.1- مدخل إلى الميكانيكا التقليدية



- يمكن اعتبار أن جاليليو (مات عام 1642م) يمثل بداية علم الميكانيكا حيث درس الأجسام الساقطة
- ثم جاء أسحق نيوتن (مات عام 1727م) بقوانينه الثلاثة التي عرفت بقوانين نيوتن للحركة + قانون الجذب العام
- بعد ذلك بعدة عقود قام العالم الفرنسي (لاجرانج) (توفي عام 1813 م) باستحدات صورة رياضية متطورة للميكانيكا، أطلق عليها معادلات لاجرانج
- وبعده بقليل جاء العالم الأيرلندي (هاملتون) (توفي 1865 م) باستحدات معادلات هاملتون وهي أيضا متطورة رياضيا مقارنة بقوانين نيوتن.
- ببساطة هذه الثلاث مجموعات من المعادلات تشكل ما يسمى **بالميكانيكا التقليدية**

قوانين نيوتن + معادلات لاجرانج + مبادئ هاملتون

- الأقسام الأخرى تشمل: ميكانيكا الكم + الميكانيكا النسبية

1.2- الأبعاد الزمانية والمكانية

- كما هو معلوم فأننا نعيش في عالم ثلاثي الابعاد، أضافة إلى البعد الزمني.
- في هذا المقرر نعتبر أن الأطار الذي يجمع الأبعاد الثلاثة مع الزمن هو أطار ثابت.
- وعلى هذا الأساس فهناك نقطة في الفراغ (O) تسمى نقطة الأصل بحيث يمكن نسبة موقع النقطة P إليها باستخدام ثلاثة أحداثيات هي: $\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{z}}$
- وبالتالي فنقول أن النقطة P تقع عند:

$$\mathbf{r} = x\,\hat{\mathbf{x}} + y\,\hat{\mathbf{y}} + z\,\hat{\mathbf{z}}$$

- في بعض الأحيان نستخدم تعبيرا آخر لنفس الغر ض وهو:

$$\mathbf{r} = (x, y, z)$$

- وهكذا فكل متجه في الفراغ يمكن كتابته باستخدام ثلاثة أبعاد (مركبات) كما يلي:

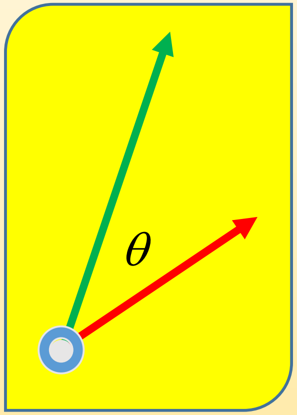
$$\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z) \quad \mathbf{a} = (a_x, a_y, a_z)$$

تذكير ببعض خصائص المتجهات

- مجموع متجهات: أذا كان لدينا المتجهان: $\mathbf{r} = (r_1, r_2, r_3); \quad \mathbf{s} = (s_1, s_2, s_3)$

فأن مجموعهما هو: $\mathbf{r} + \mathbf{s} = (r_1 + s_1, r_2 + s_2, r_3 + s_3)$

- ضرب متجه بكمية قياسية: $c\mathbf{r} = (cr_1, cr_2, cr_3)$



- الضرب القياسي لمتجهين:

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{s} = rs\cos\theta$$

$$= r_1 s_1 + r_2 s_2 + r_3 s_3 = \sum_{n=1}^{3} r_n s_n$$

- الضرب الاتجاهي: $\mathbf{p} = \mathbf{r} \times \mathbf{s}; \quad |\mathbf{r} \times \mathbf{s}| = rs\sin\theta$

$$\mathbf{r} \times \mathbf{s} = \det\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} & \hat{\mathbf{y}} & \hat{\mathbf{z}} \\ r_x & r_y & r_z \\ s_x & s_y & s_z \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{x}} & \hat{\mathbf{y}} & \hat{\mathbf{z}} \\ r_x & r_y & r_z \\ s_x & s_y & s_z \end{vmatrix}$$

تفاضل المتجهات

- لو اعتمدنا قواعد التفاضل العادية، وأدخلنا مؤثر التفاضل على مجموع متجهين:

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{r}+\mathbf{s})=\frac{d\mathbf{r}}{dt}+\frac{d\mathbf{s}}{dt}$$

- أما تفاضل متجه مضروب بكمية قياسية فيكتب:

$$\frac{d}{dt}(f\mathbf{r})=f\frac{d\mathbf{r}}{dt}+\frac{df}{dt}\mathbf{r}$$

- تفاضل متجه الموضع بالصورة: $\mathbf{r}=x\,\hat{\mathbf{x}}+y\,\hat{\mathbf{y}}+z\,\hat{\mathbf{z}}$

ولذا فأن:

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt}=\frac{dx}{dt}\hat{\mathbf{x}}+\frac{dy}{dt}\hat{\mathbf{y}}+\frac{dz}{dt}\hat{\mathbf{z}}\Rightarrow \mathbf{v}=v_x\hat{\mathbf{x}}=+v_y\hat{\mathbf{y}}+v_z\hat{\mathbf{z}}$$

وهذا يؤدي بالضرورة إلى أن تفاضل وحدات المتجه يساوي أصفارا:

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt}=\frac{d\hat{\mathbf{y}}}{dt}=\frac{d\hat{\mathbf{z}}}{dt}=0$$

1.3- الكتلة والقوة

- الكتلة هي تلك الخاصية التي تجعل الجسم قاصرا ذاتيا (أي يميل لحفظ الحالة)
- ترتبط الكتلة بالتسارع لتعطي القوة $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$
- وترتبط بتسارع الجاذبية لتعطي الوزن $\mathbf{W} = m\mathbf{g}$
- ولكن الوزن هو في الحقيقة (قوة) وله نفس الوحدة (نيوتن)
- الكتلة النقطية Point Mass (أو الجسم النقطي) أي ننظر للكتلة وكأنها نقطة تتحرك في الفراغ بدون أبعاد ذاتية للجسم.
- عندما نتحدث عن أجسام لانقطية فأننا نقصد مجموعة كبيرة من الكتل النقطية مجتمعة لتشكل تلك الأجسام. وربما نتحدث عن توزيع للكتلة في الفراغ.
- يساعدنا هذا التصور على سهولة الحل ولذلك فهو يؤدي إلى حلول تقريبية
- أما عندما نتحدث عن جسيمات أولية مثل البروتونات والألكترونات فتصبح الصورة شبه مطابقة للواقع، أي أنها بالفعل أجسام نقطية.

1.4- قوانين نيوتن الثلاثة

- **قانون القصور الذاتي**: ويسمى قانون نيوتن الأول: (يبقى الجسم على ما هو عليه من سكون أو حركة في خط مستقيم مالم تؤثر عليه قوة خارجية)
- **قانون القوة**: ويسمى أيضا بقانون نيوتن الثاني ونصه الرياضي: $F = ma$
- **قانون حفظ الاندفاع** (ويسمى أيضا بقانون الفعل ورد الفعل، أو قانون نيوتن الثالث): (لكل فعل رد فعل مساو له في المقدار مضاد له في الاتجاه)
- يلاحظ أن قانون نيوتن الثاني هو نفسه الأول في حالة كون التسارع $a = 0$

لأن معنى ذلك أن $F = 0$ وبالتالي يمثل ذلك غياب القوة الخارجية. يسمى هذا أيضا بالاتزان. أي أن الجسم المتزن هو ذلك الجسم الذي ينطبق عليه قانون نيوتن الأول، أو قانون نيوتن الثاني في حالة غياب التسارع.

- يمكن الربط بين قانون نيوتن الثاني والاندفاع:

$$\because \mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

$$\rightarrow \frac{d\mathbf{p}}{dt} = m\frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

$$\rightarrow \dot{\mathbf{p}} = m\dot{\mathbf{v}} = m\mathbf{a} = \mathbf{F}$$

ومعني ذلك أن التغير في الاندفاع سببه وجود قوة خارجية

حفظ الاندفاع

- ذكرنا في شريحة سابقة العلاقة بين الاندفاع والقوة الخارجية. ويكن أعادة تلك العلاقة بأعتبار الاندفاع الكلية للنظام والقوة الخارجية كما يلي: $\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{F}^{\text{ext}}$

والتي معناها أن جميع القوى الداخلية للنظام لا تؤثر على اندفاع النظام بل يلغي بعضها بعضا. أي أن: الاندفاع الكلي للنظام يتأثر فقط بالقوى الخارجية.

- أي بعبارة أخرى: في ظل غياب محصلة القوى الخارجية، فيبقى الاندفاع الكلي للنظام محفوظا
- حفظ الاندفاع صحيح دائما حتى في ميكانيكا الكم والميكانيكا النسبية.
- وحيث أننا قلنا سابقا: أن قانون نيوتن الثالث هو نفسه قانون حفظ الاندفاع. كذلك يمكن القول أن قانون حفظ الاندفاع هو نفسه قانون نيوتن الثالث.
- سوف نعتمد على ما يسمى: أطار الأسناد. مثلا لو تصورنا كتلة تتحرك على سطح لا احتكاكي في غياب للقوى الخارجية فهي تتحرك بسرعة ثابتة. لنفترض أنها تتحرك داخل الأطار الأسنادي S .
- لو تصورنا أطارا آخر S′ يتحرك داخل S بسرعة ثابتة وفي خط مستقيم ولا يدور فأن الكتلة أيضا سوف تحرك داخل S′ بسرعة ثابتة.

مثال محلول

- Two objects of masses m_1 and m_2 are subject to no external forces. Object 1 is traveling with velocity $\mathbf{v}$ when it collides with the stationary object 2. The two objects stick together and move off with common velocity $\mathbf{v}'$. Use conservation of momentum to find $\mathbf{v}'$ in terms of $\mathbf{v}$, m_1 and m_2.
- Solution:

  Conservation of momentum says *the momentum before the collision must be the same as the momentum after the collision*:

$$m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2 = (m_1 + m_2)\mathbf{v}'$$

  Since $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}$, and $\mathbf{v}_2 = 0$ (second object is stationary), we simply solve for $\mathbf{v}'$ to find:

$$\mathbf{v}' = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\mathbf{v}$$

- أي أن سرعة الجسمين مع بعضهما هي جزء من سرعة الجسم الأول. ولو كانت كتلة الجسم الثاني كبيرة جدا فهذا يؤدي إلى أن تؤول السرعة بعد التصادم إلى الصفر. لاحظ أن لصوق الجسمين مع بعضهما يجعل من رجوع الجسم الأول إلى الوراء أمرا مستحيلا، ولذا فاتجاه $\mathbf{v}'$ هو نفسه اتجاه $\mathbf{v}$

1.6- قانون نيوتن الثاني في الأحداثيات الكارتيزية

- الأحداثيات الكارتيزية هي أبسط الأحداثيات المعروفة في ثلاثة أبعاد ويعبر عنها ببساطة بالصورة: $\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{z}}$. ولذلك فيمكن التعبير عن القوى في ظل هذه الأحداثيات كما يلي:

$$\mathbf{F} = F_x\,\hat{\mathbf{x}} + F_y\,\hat{\mathbf{y}} + F_z\,\hat{\mathbf{z}}$$

- قد تجد في كتب آخرى استخدام متجهات الوحدة: $\hat{\mathrm{i}}, \hat{\mathrm{j}}, \hat{\mathrm{k}}$ وهي نفسها.
- يعبر عن متجه الموقع كما يلي: $\mathbf{r} = x\,\hat{\mathbf{x}} + y\,\hat{\mathbf{y}} + z\,\hat{\mathbf{z}}$
- وبالتفاضل مرتين نحصل على متجه التسارع: $\ddot{\mathbf{r}} = \ddot{x}\,\hat{\mathbf{x}} + \ddot{y}\,\hat{\mathbf{y}} + \ddot{z}\,\hat{\mathbf{z}}$

أذن يمكن التعبير عن معادلة الحركة (قانون نيوتن الثاني **$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$**) كما يلي:

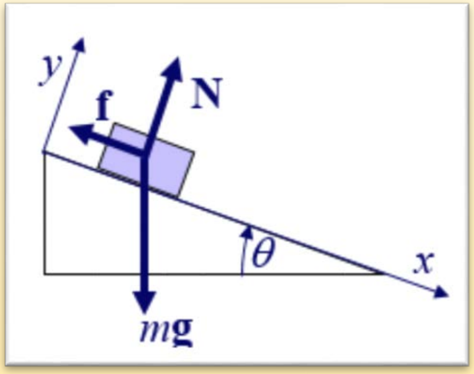
$$F_x\,\hat{\mathbf{x}} + F_y\,\hat{\mathbf{y}} + F_z\,\hat{\mathbf{z}} = m\ddot{x}\,\hat{\mathbf{x}} + m\ddot{y}\,\hat{\mathbf{y}} + m\ddot{z}\,\hat{\mathbf{z}}$$

ويؤدي ذلك إلى:

$$\begin{cases} F_x = m\ddot{x} \\ F_y = m\ddot{y} \\ F_z = m\ddot{z} \end{cases}$$

مثال محلول

- problems—a block m sliding from rest down an incline at angle q, with coefficient of kinetic friction m, subject to gravity



- ***Solution:***

  Let’s choose x down the incline, and

  y perpendicular, with x = 0 at t = 0.

- The x and y components of the equation of motion are:

$$F_x = mg\sin\theta - \mu N = m\ddot{x} \qquad (1)$$

$$F_y = N - mg\cos\theta = 0 \qquad (2)$$

$$(2) \rightarrow N = mg\cos\theta \qquad (3)$$

$$(3) \text{ in } (1):$$

$$mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta = m\ddot{x}$$

$$\rightarrow \ddot{x} = g(\sin\theta - \mu\cos\theta) \qquad (4)$$

- معادلة (4) تمثل تسارع الجسم على السطح المائل

مثال محلول (تكملة)

- لأيجاد المسافة x كعلاقة مع الزمن: نقوم بعملية تكامل لطرفي المعادلة (4) مرتين، نحصل من الأولى على السرعة كما يلي:

$$\because \ddot{x} = g(\sin\theta - \mu\cos\theta) \qquad (4)$$

$$\rightarrow \int \ddot{x}dt = \int g(\sin\theta - \mu\cos\theta)dt \qquad (5)$$

$$\rightarrow \dot{x} = g(\sin\theta - \mu\cos\theta)t \qquad (6)$$

- التكامل الثاني لطرفي المعادلة الناتجة (6) يعطينا المسافة كما يلي:

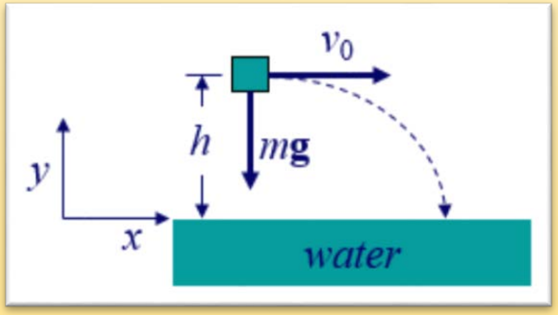
$$x = \frac{1}{2}g(\sin\theta - \mu\cos\theta)t^2 \qquad (7)$$

- لاحظ في الحالتين أن التكامل غير محدود ولكن ثابت التكامل يساوي الصفر بافتراض أن $x = 0$ عندما $t = 0$ وذلك كشروط حدية للتكامل الأول. بالنسبة للتكامل الثاني يضاف لذلك أن $v = 0$ في بداية الحركة من أعلى المنحدر.

مثال محلول

- A plane, which is flying horizontally at a *constant speed* v_0, and at a height h above the sea, must drop a bundle of supplies to a castaway on a small raft. (**a**) Write down Newton's second law for the bundle as it falls from the plane, assuming you can neglect air resistance. Solve your equation to give the bundle's position in flight as a function of time t.

  (**b**) How far before the raft (measured horizontally) must the pilot drop the bundle if it is to hit the raft? What is the distance if $v_0 = 50$ m/s, $h = 100$ m, and $g \approx 10$ m/s^2?



- ***Solution:***

  Choose (x horizontal, y positive upward)

  Write down Newton's second law for x and y

  $$x:\ m\ddot{x} = 0 \qquad (1)$$

  $$y: m\ddot{y} = -mg \qquad (2)$$

- Integrating both sides of Eq. (1) to find v then to find x
- Integrating both sides of Eq. (2) to find vertical velocity and vertical distance

مثال محلول (تكملة)

$$\int \ddot{x}dt = 0 \qquad (1)$$

$$\rightarrow \dot{x} = c$$

from initial conditions (v_x at $t = 0$ is v_0)

$$\therefore \dot{x} = v_0 \qquad (3)$$

$$\therefore \int \dot{x}dt = \int v_0 dt$$

$$\rightarrow x = v_0 t \qquad (4)$$

$$(2) \rightarrow \ddot{y} = -g$$

$$\therefore \int \ddot{y}dt = -\int g dt$$

$$\therefore \dot{y} = -gt + c \quad \text{but } c = 0 \; v_y \; at \; t = 0 = 0 \qquad (5)$$

$$\therefore \int \dot{y}dt = -\int gt dt$$

$$\rightarrow y = -\frac{1}{2}gt^2 + c \quad c = h \; (at \; t = 0)$$

$$\therefore y = h - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (6)$$

مثال محلول (تكملة)

- (b)

We need time (t). At time t, the bundle reaches the raft. At that time, raft is at position $y = 0$,

$$eq.(6) \rightarrow y = h - \frac{1}{2}gt^2 = 0$$

$$\therefore h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad (7)$$

$$(7)\, in\, (4):$$

$$\rightarrow x = v_0 t = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$\text{for } v_0 = 50\,\text{m/s and } h = 100\,\text{m}$$

$$\rightarrow x = 50\ \text{m/s}\sqrt{\frac{200\ \text{m}}{10\ \text{m/s}^2}} = 224\,\text{m}$$

شكرا للمتابعة

نهاية المحاضرة